［山梨大学工学部研究報告 第48号 1997年12月］

論　　文

$1/f$ ノイズジェネレータ

山岸　豊，福田寿幸*，大木　真，橋口住久

（平成9年8月29日受理）

A $1/f$ Noise Generator

By Yutaka YAMAGISHI, Toshiyuki FUKUDA*, Makoto OHKI and Sumihisa HASHIGUCHI

Abstract

A simple sytem for $1/f$ noise generation is presented. A random series with a $1/f$ spectrum is generated by summing up the outputs of several relaxation processes driven by a single random series with a white spectrum. A $1/f$ spectrum extending from 0.001 Hz to 1kHz was successfully generated with a simple configuration consisting of a personal computer and a DA converter.

1. まえがき

$1/f$ ノイズは，計測の精度の限界を決める重要な要素であることや，接触不良などの素子の品質や寿命と密接に関連した現象であり，従来は低減すべき存在として扱われてきた．一方，"$1/f$ 揺らぎ"が人にとって心地よい揺らぎであるという説が次第に力を得て，"$1/f$ 音楽"の CD や"$1/f$ の風"を発生させるという扇風機が市販されている[1]．

電気的信号として"$1/f$ 揺らぎ"を利用するには，広い周波数範囲にわたって理想的な $1/f$ スペクトルを出力するノイズジェネレータが必要である．

本報では，白色スペクトルを持つ一様乱数時系列を加工して，広い周波数にわたる $1/f$ ノイズを発生させるノイズジェネレータについて述べる．

自然に存在する緩和過程のスペクトルは，ローレンツ形

$$S(\omega, \tau) = \frac{\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \qquad (1)$$

である．ここで，ωは角周波数，τは緩和の時定数である．このローレンツ形スペクトルに時定数の逆数 $1/\tau$の重みを付けて加え合わせると[2]，

$$S_S(\omega) = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{1}{\tau} \cdot \frac{\tau}{1 + (\omega\tau)^2} d\tau$$
$$= \frac{1}{\omega}(\arctan \omega\tau_2 - \arctan \omega\tau_1) \qquad (2)$$

となり，$1/\tau_2 \ll \omega \ll 1/\tau_1$ の周波数範囲では，

$$S_S(\omega) \propto \frac{1}{4f} \qquad (3)$$

となって，$1/f$ スペクトルが得られる．

このようにして $1/f$ スペクトルを生成するには，無限個の独立な白色ノイズ源と連続した時定数を持つ無限個の緩和過程が必要となり，コンピュータで生成するには不向きである．ここでは，コンピュータで生成するのに適した形として，1個の白色ノイズ源と有限個の緩和過程の組み合わせで $1/f$ スペクトルを生成する方式を検討する．

2. システム構成

図1は想定した $1/f$ ノイズ生成過程のブロック図である．正規乱数に重み $w(k)$ をつけて時定数 $\tau(k)$ のローパスフィルタ k 個に加え，その出力を加算する．

電子情報工学科，Department of Electrical Engineering and Computer Science
*アロカ (株)，ALOKA Co.,Ltd.

2.1　正規乱数生成

まず，一様乱数を混合合同法を用いて生成し，次に極座標法によって平均が０で分散が１の正規分布に従う正規乱数列をつくる．

混合合同法[3]では，次の関係式を用いて，ランダム系列 $\{a_n\}$ を生成する．

$$a_{n+1} \equiv \lambda a_n + \mu \qquad (mod\ M) \qquad (4)$$
$$(n = 0, 1, 2, \cdots)$$

ランダム系列 $\{a_n\}$ の特性は初期値 a_0 と３つのパラメータ λ, μ, M によって決まる．乱数の周期を最大にするには，２進法 q ビットで計算を行う場合では，

$$\lambda = 4h + 1 \qquad (h = 0, 1, 2, \cdots) \qquad (5)$$
$$\mu = 2l + 1 \qquad (l = 0, 1, 2, \cdots) \qquad (6)$$
$$M = 2^q \qquad (7)$$

のようにパラメータを選ぶ．

極座標法[4)5)]では [0,1) 上の２個の一様乱数 a_n と $(1 - a_n)$ から

$$x(n) = \sqrt{-2\ln(1 - a_n)}\cos(2\pi a_n) \qquad (8)$$

のように，正規分布に従う正規乱数をつくる．

2.2　ローパスフィルタ

白色スペクトルを持つ正規乱数時系列 $x(n)$ を緩和過程 $\exp\{-t / \tau(k)\}$ に加えると，その出力 $y(k, n+1)$ は，

$$y(\ k\ , n+1) = \{y(k,n) + x(n)\}\exp\{-\Delta T/\tau(k)\} \qquad (9)$$

のように表される．ただし，ΔT は時系列の時間間隔である．

この操作によって得られる時系列 $y(k,n)$ は，ローレンツ形スペクトルを持つ．図２は時定数が10倍づつ異なる時系列のスペクトル密度である(ただし，τ_0は任意の時定数，f_0は時定数 $100\tau_0$ を持つローレンツ形スペクトルの高域遮断周波数)．高域周波数では各スペクトルは重なり合い，平坦部分では時定数が10倍になるとスペクトル密度が20dB 上昇する．これらのスペクトルを加え合わせると f^{-2}のスペクトルが得られる．

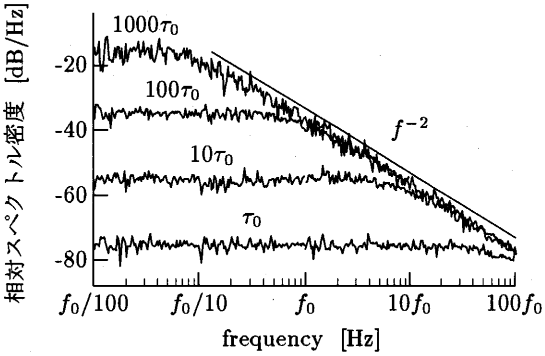

図２　緩和過程の出力のスペクトル

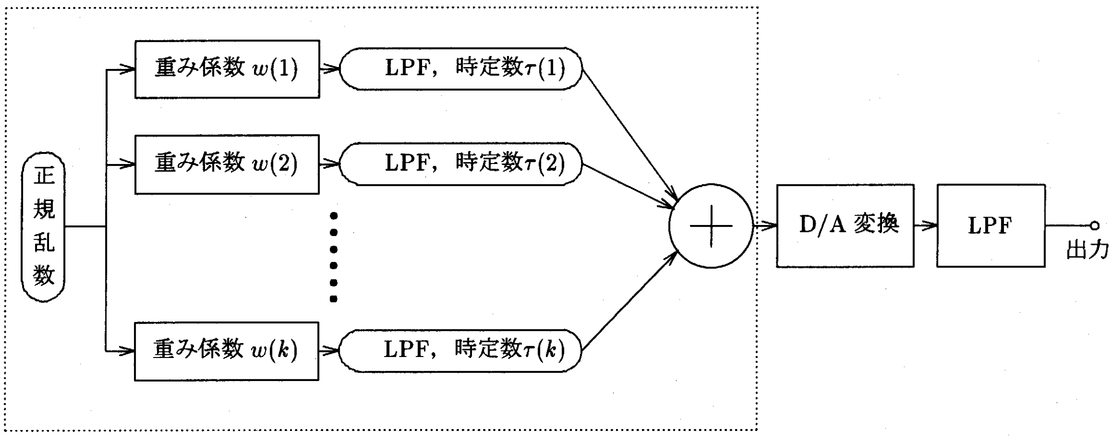

図１　$1/f$ ノイズ発生装置の構成ブロック図

2.3 重み係数 $w(k)$ の決定

緩和過程の出力を加え合わせて図3のように f^{-1} のスペクトルを得るには，各緩和過程の出力に適当な重み $w(k)$ を付けて，

$$y\,(k,n+1) = \{y(k,n)+w(k)x(n)\}\exp\{-\Delta T/\tau(k)\} \quad (10)$$

として，加え合わせる．$w(k)$ としては，高域遮断周波数が1桁下がるごとに，ノイズスペクトル密度が10dB増加するようにすればよい．これには，図2において，τ_0のときのスペクトルを基準として，$10\tau_0, 100\tau_0, 1000\tau_0$のスペクトルをそれぞれ1/10倍,1/100倍,1/1000倍すればよい．ノイズスペクトル密度はエネルギーであるので，電圧に相当するランダム変数では $1/\sqrt{10}$，$1/\sqrt{100}$, $1/\sqrt{1000}$ を乗じればよい．すなわち，各緩和過程の時定数τと基準緩和過程の時定数τ_0の比の平方根の逆数 $1/\sqrt{\tau/\tau_0}$を重みとすればよい．

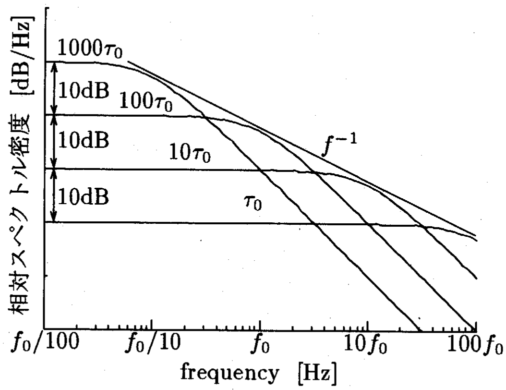

図3 ローレンツスペクトルからの 1/f スペクトルの生成

2.4 1/f 形時系列の生成

次の手順で 1/f 形の時系列を生成する．

Step1 1/f ノイズを得たい周波数範囲 $[f_{min}, f_{max}]$ を任意に選定する．ただし，コンピュータで生成できる時系列の最短周期がΔT であるとき，

$$2f_{max} < \frac{1}{\Delta T} \quad (11)$$

を満たしているようにする．

Step2 高域遮断周波数が f_{max}であるようなローレンツ形スペクトルの$\tau(k)$ の値を決定する．このときを $k=1$ とし，

$$\tau(1) = \tau_0 = \frac{1}{2\pi f_{max}} \quad (12)$$

とする．

Step3 1/f 形時系列 $z(n)$ は式 (10) を k について加算したものとなる．すなわち，

$$z\,(n) = \sum_{k=1}^{k} y(k,n+1) \quad (13)$$

$$= \sum_{k=1}^{k} \{y(k,n)+w(k)x(n)\} \cdot \exp\{-\Delta T/\tau(k)\} \quad (14)$$

$$\tau\,(k) = 10^{k-1}\tau_0 \quad (15)$$

$$w\,(k) = 10^{-(k-1)/2}w_0 \quad (16)$$

$$k = 1,2,3,\cdots,[\log(f_{max}/f_{min})+1] \quad (17)$$

のようになる．ここで，w_0はノイズスペクトルの絶対レベルを微調整する重み係数である．

Step4 時系列を生成してスペクトルを調べ，所望の周波数範囲 $[f_{min}, f_{max}]$ で 1/f スペクトルが得られるように w_0を微調整する．

3. 1/f ノイズ生成結果

式 (4)～式 (6)，式 (13)～式 (17) において，各パラメータを，$f_{min} = 0.001\text{Hz}, f_{max} = 1\text{kHz}, \tau_0 = 130\mu\text{s}, w_0 = 1.2, a_0 = 1, h = 275878811, l = 6172$ とし，486DX66MHz のパーソナルコンピュータと12ビットの D/A 変換器を用いて実験を行った．

この条件でのデータ出力時間間隔は約 130μs (10万個のデータ出力に要した時間から算出) である．図4はこのようにして生成したノイズのスペクトル密度 S_Vである．スペクトルの傾きは 0.001Hz ～ 1kHz で f^{-1}となっている．

図5は生成したノイズ波形の振幅分布である．周期 391μs でサンプリングした 102400 個のデータを用いた．実線はガウス分布の理論値である．得られた振幅分布はガウス分布とよく一致している．平均 m は D/A 変換器のオフセットのために 0 とはなっていない．

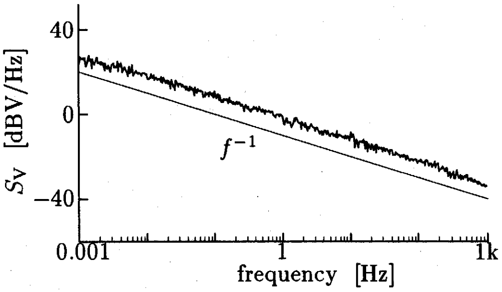

図４　生成ノイズのスペクトル

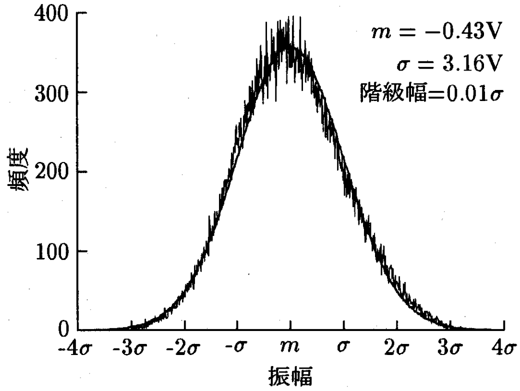

図５　生成ノイズの振幅分布

4.　検討

ここでは 0.001Hz ～ 1kHz の 6 ディケードにわたる周波数範囲の $1/f$ ノイズを発生させた．周波数範囲をさらに拡大するには，k の上限を大きくすればよいが，スペクトルの低周波側は，D/A 変換器の最大出力で制限され，高周波側は，PC の処理速度とシステムのノイズレベルで制限される．低周波側には乱数の周期性の影響が現れる可能性があるので，乱数を 1 周期出力するごとに式 (4) のパラメータλ, μを更新して，乱数列を切り換えることが必要である．

5.　おわりに

パーソナルコンピュータと D/A 変換器の組み合わせで 0.001Hz ～ 1kHz の広い周波数範囲にわたる $1/f$ スペクトルを生成できた．この方法は理想的な $1/f$ スペクトルを簡易に得ることができる有望な方法である．

参考文献

1) 橋口　住久：“低周波ノイズ”，朝倉書店,1990.5.
2) A.L.McWhorter : “$1/f$ Noise and Related Surface Effects in Germanium”, Lincoln Lab.Rept.,No.80,May.1955.
3) 伏見 正則：“乱数”, 東京大学出版会,pp.65-67,1989.3.
4) 関根智明, 高橋磐朗, 若山邦紘：“シミュレーション”，日科技連出版社,pp.322-325,1976.4.
5) 平林雅英：“C 言語による最新プログラム辞典第 1 巻”，技術評論社,pp.210-255,1992.11.