

円形導波管内を伝わる音波と電磁波との相互作用

鈴木正樹*
後藤健一**
山本宏樹*
伊藤洋*

(昭和 62 年 8 月 31 日受理)

Interaction between Sound Wave and Electromagnetic Wave in a Circular Waveguide

by Masaki SUZUKI*, Kenichi GOTO**, Hiroki YAMAMOTO*
and Hiroshi ITO*

Synopsis

A plane electromagnetic microwave propagating through dielectric media can be little affected by a small perturbation of the relative permittivity of the media. However, in a waveguide the electromagnetic wave can be observed to reflect around the cut-off frequency of the waveguide by very small perturbations. The microwave is reflected by medium which is perturbed by the sound wave, and the application of this phenomenon can be used a new type microphone.

First, the propagation characteristics of the sound wave in a circular waveguide was investigated theoretically and experimentally. The theoretical value and the experimental one was in very agreement, and that the sound wave in the circular waveguide maintains a piston motion at less than frequency of 4,458 Hz. At the higher frequencies, however, higher modes of non-piston motion may appear in the guide.

In order to enlarge the microwave signals reflected by the sound wave, it is effective to use the critical frequency at which the differential coefficient of the reflection coefficient of the microwave with respect to the incident frequency becomes large value.

The results of the experiments show that an amplitude of the microwave reflected by the sound wave is not flat in the range of audio frequencies, but similar to the Fletcher's loudness contours. Therefore, these characteristics are so effective as a microphone that the aural sensitivities of human can be compensated.

1. はじめに

媒質定数が微弱に揺らいでいる媒質を装荷した導波管内に、遮断周波数付近の電磁波を入射すると、パラメトリック効果により入射電磁波は変調を受け高調波が生じる。山梨大学では、すでにこの反射波を観測することにより媒質定数の計測ができるマイクロ波法¹⁾を開発した。このマイクロ波法の応用として本論文では、音波を導波管内に励振して、空気圧微小変動を起

こし、その変動によるマイクロ波反射波を検波、増幅することによって従来のマイクロフォンに対して、振動板を使わないまったく新しい原理のマイクロフォンが構成できる可能性について検討したものである。

本論文では、まず導波管中の音波の伝搬特性について理論解析を行い実験値と比較した。続いてマイクロ波を用いて音波の周波数を可聴周波数範囲で変え、マイクロ波反射振幅レベルの計測を行った。本研究の結果、考えている導波管型マイクロフォンは、人間の耳には聞き取りやすい補償型のマイクロフォンとなる可能性のあることがわかった。

* 電気工学科, Department of Electrical Engineering.

** 株式会社 明電舎, MEIDEN Co., LIT.

2. 円柱内管の音波伝搬

2.1 理論解析

ここでは、導波管内を伝わる音波の理論解析および実験について述べる。

いま半径 a の円筒導波管を考える。この中には空気が一様充満していると考えられる場合には、その速度ポテンシャル ψ は次式となる。

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c^2 \Delta^2 \psi \quad (2.1)$$

ここで管内に角周波数 ω の音波が励振されているとする。いま速度ポテンシャル $\psi(r, t)$ の時間因子を $\exp(j\omega t)$ と仮定して $\psi(r, t) = U(r)e(j\omega t)$ とすると (2.1) から円筒座標 (ρ, ϕ, z) では U について次式を得る。

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \right)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + k^2 u = 0 \quad (2.2)$$

ただしここに $k = \omega/c$ である。

今、円筒管が剛体でなくそこからの音波の漏洩を考慮して、円筒管の管内 (空気)、金属中、管外 (空気) について考える。管軸 Z 軸の正方向に伝搬するものだけを取り出すと、おのおの場合の速度ポテンシャル ψ は (2.2) より次式を得る。

$$\begin{aligned} \rho \leq a \quad \psi &= AJ_m[(k^2 - \zeta^2)^{1/2} \rho] \\ &\exp(-j\zeta z) \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \exp(j\omega t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} a \leq \rho \leq b \quad \psi &= [BJ_m\{(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} \rho\} \\ &+ CY_m\{(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} \rho\}] \\ &\exp(-j\zeta z) \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \exp(j\omega t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \rho \geq b \quad \psi &= DH_m^{(2)}\{(k^2 - \zeta^2)^{1/2} \rho\} \\ &\exp(-j\zeta z) \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \exp(j\omega t) \end{aligned} \quad (2.5)$$

ここで ρ は円筒の管半径、 a は内半径、 b は外半径であり、 J_m は m 次の Bessel 関数、 Y_m は同様に Neumann 関数、 $H_m^{(2)}$ は m 次の第二種 Hankel 関数 A, B, C, D は係数である。また $k_1 = \omega/c_1$ で、 c_1 は金属中の音速である。

$$\vec{v} = -\Delta\psi \quad (2.6)$$

なる関係があるので、速度の ρ 方向成分を求めるとそれぞれ次式のようになる。

$$\begin{aligned} v_\rho &= -(k^2 - \zeta^2)^{1/2} AJ_m'[(k^2 - \zeta^2)^{1/2} \rho] \\ &\exp(-j\zeta z) \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \exp(j\omega t) \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} v_\rho &= -(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} [BJ_m' k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} \rho] \\ &+ CY_m'[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} \rho] \exp(-j\zeta z) \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \exp(j\omega t) \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} v_\rho &= -(k^2 - \zeta^2)^{1/2} DH_m^{(2)'}[(k^2 - \zeta^2)^{1/2} \rho] \\ &\exp(-j\zeta z) \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \exp(j\omega t) \end{aligned} \quad (2.9)$$

この場合の境界条件としては、 $\rho = a, b$ において速度関数の ρ 方向成分及び速度ポテンシャル関数が連続であることより次式を得る。

$$\begin{aligned} &J_m[(k^2 - \zeta^2)^{1/2} a]A \\ &= J_m[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} a]B + Y_m[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} a]C \\ &J_m[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} b]B + Y_m[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} b]C \\ &= H_m^{(2)}[(k^2 - \zeta^2)^{1/2} b]D \\ &(k^2 - \zeta^2)^{1/2} [J_m'[(k^2 - \zeta^2)^{1/2} a]]A \\ &= (k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} [J_m'[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} a]B + Y_m'[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} a]C] \\ &(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} [J_m'[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} b]B + Y_m'[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} b]C] \\ &= (k^2 - \zeta^2)^{1/2} H_m^{(2)'}[(k^2 - \zeta^2)^{1/2} b]D \end{aligned}$$

これは、係数 A, B, C, D についての連立方程式であるが、この連立方程式が自明解以外の解を持つためには、それらのつくる行列式が 0 となればよい。この行列式が分散式を与える。

$$\begin{vmatrix} J_m[(k^2 - \zeta^2)^{1/2} a] & , & -J_m[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} a] & , & -Y_m[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} a] & , & 0 \\ 0 & , & J_m[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} b] & , & Y_m[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} b] & , & -H_m^{(2)}[(k^2 - \zeta^2)^{1/2} b] \\ (k^2 - \zeta^2)^{1/2} J_m'[(k^2 - \zeta^2)^{1/2} a] & , & (k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} J_m'[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} a] & , & -(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} Y_m'[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} a] & , & 0 \\ 0 & , & (k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} J_m'[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} b] & , & (k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} Y_m'[(k_1^2 - \zeta^2)^{1/2} b] & , & -(k^2 - \zeta^2)^{1/2} H_m^{(2)'}[(k^2 - \zeta^2)^{1/2} b] \end{vmatrix} = 0 \quad (2.10)$$

ここでは、後述する実験系と合わせるため、管内半径 $a = 0.01115$ m、管外半径 $b = 0.0127$ m、空気中の音速を $c = 340$ m/s とした。式 (2.10) の行列式を解いた結果得られる分散曲線を Fig. 2-1 に示す。また可聴周波

数範囲の遮断周波数を表 2-1 に示す。

以上の結果から内壁が剛体でない円筒管を伝わる音波は 4,458 Hz まではピストンモード (音速の平面波モード) であるが、この周波数を境にして高次のモ

表2-1. 各モードと遮断周波数

モード	遮断周波数 (Hz)
0 1	4 4 5 8
1 1	9 7 7 6
2 1	1 5 5 0 1
0 2	1 9 4 2 8

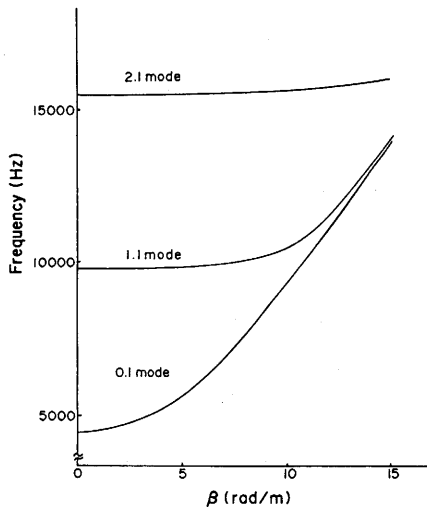


Fig. 2-1 分散曲線

ードが現れる可能性のあることが分かる。これにより伝搬特性は乱れることが予想される。

2.2 円筒管を伝わる音波の伝搬特性の測定

ここでは円筒管内に音波を入射した場合の伝搬特性を調べるために行った実験および結果について報告する。

まず、音波による空気圧微小変動をマイクロ波で検出するためには、音波の管内における反射をできるだけ少なくする必要がある。そのために管内の定在波についての実験を行った。

実験に使用した測定回路を Fig. 2-2 に示す。図において細く描かれている部分が円筒管（内径 0.01115 m, 外径 0.0127 m）で左右が太く描かれている部分は WRJ-7 方形導波管である。両者はテーパ導波管によって接続されている。

また、円筒導波管内に超小型のコンデンサマイクロフォン（外径 6.9 mm, 長さ 15 mm）を挿入し、フルレンジスピーカによって入射された音波を受け、その出力電圧をロック・イン・アンプで測定した。ここで使用したフルレンジスピーカは 4F-1B（コーラル社 10 cm 径）、コンデンサマイクロフォンは ECM-150T（ソニー社）を使用した。

円筒管は、モードの安定を図ることと、できるだけ

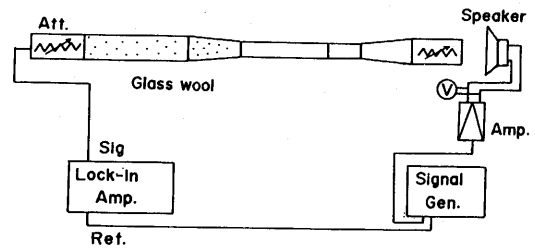


Fig. 2-2 測定回路

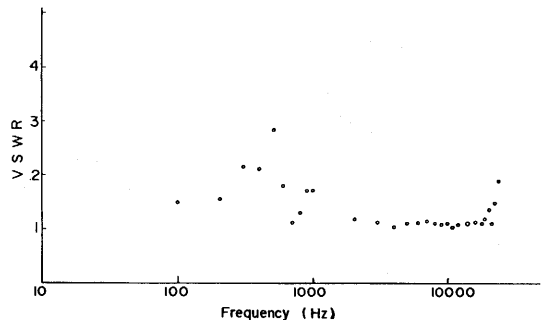


Fig. 2-3 音波の定在波比（吸音材有り）の周波数特性

減衰の様子をはっきりと観測するために長さ 4 m の管を用いた。また、音波の定在波をできるだけ軽減するために、吸音材料のグラスウールを方形導波管に装荷した。

グラスウールを Fig. 2-2 の実験系に示すように 1.2 m にわたって装荷し、定在波の測定を行った。円筒導波管のスピーカ側の端から 1 m 入った所を始端、更に 2 m 入った所を終端とし、コンデンサマイクロフォンを始端から終端へ少しずつ動かしながらその出力電圧を測定することにより各周波数における定在波比を求めた。Fig. 2-3 に測定結果を示す。吸音材を装荷しない場合はかなり定在波比が大きいが、装荷すると広い帯域にわたって定在波をおさえられることがわかった。

次に、2.1 で理論解析した音波の伝搬特性が実際の実験系に反映されているかどうか検討した。定在波の実験と同様に、各周波数における始端、終端でのコンデンサマイクロフォンの出力電圧を測定し、伝送損失を $20 \log (\text{終端出力電圧} / \text{始端出力電圧})$ により計算した。測定結果を Fig. 2-4 に示す。図中測定レベルが急激に下っているところは各モードの遮断周波数であり、実験結果を見ると測定点のばらつきがあるが、理論解析で求めた遮断周波数とはほぼ一致している。ただし、4.5 kHz 付近での遮断は、スピーカによって音波を入射する際の特性により現れなかった。13 kHz 付近に遮断点と思われるものがあるが、これは理論値には相当しな

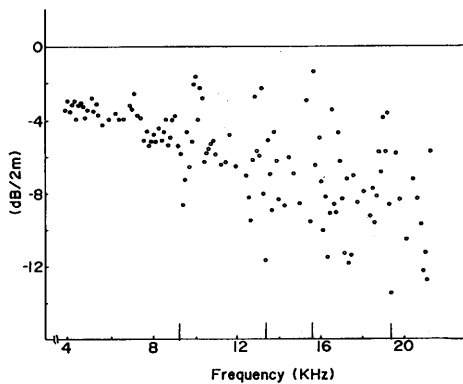


Fig. 2-4 音波の遮断特性

い。これは音波の定在波のためと思われる。

以上により、遮断特性について理論値と実験値とがよく一致していることがわかり、円筒管を伝わる音波伝搬の理論解析が正しいことが確認できた。

3. 音波と電磁波との相互作用

ここではマイクロ波によって音波による空気微小変動を検出し、導波管型マイクロフォンとしての周波数特性を得るまでの実験系および結果について報告する。まず初めに、検出に使用する最適マイクロ波周波数を決定するために、円筒導波管におけるマイクロ波の遮断特性を調べたので以下に報告する。

3.1 実験装置

実験に使用した測定回路を Fig. 3-1 に示す。フルレンジスピーカで円筒導波管内に音波を伝搬させ空気疎密によって、管内空気の誘電率を摂動させる。マイクロ波発生器によって前もって決定してあった摂動を検出するのに最適な周波数の電磁波 (0 dBm 一定) を発生させ、まず WRJ-7 方形導波管内に伝送する。その後、テーパ導波管を用いて長さ 4 m、管内半径 0.01115 m、管外半径 0.0127 m の円筒導波管に接続することにより、摂動媒質からの反射波を検出しロック・イン・アンプを用いて音波による反射波の振幅レベルの変化を測定する。ここで、導波管はアッテネータで接続し電磁波が十分減衰して反射がないようにしておく。また、他端も同様に、音波が反射して定在波が発生するのを防ぐため、アッテネータを開口端に接続する。

スタブ・チューナはマイクロ波の遮断特性を調整するために設けたもので、使用したマイクロ波周波数によって適当に調節してある。

3.2 マイクロ波の遮断特性

摂動媒質によるマイクロ波反射波の振幅レベルの変化を検出するためには、反射係数の変化が最も急激と

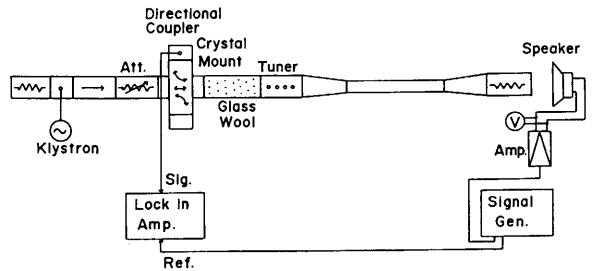


Fig. 3-1 測定回路

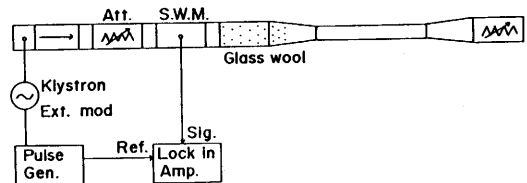


Fig. 3-2 測定回路 (マイクロ波遮断周波数)

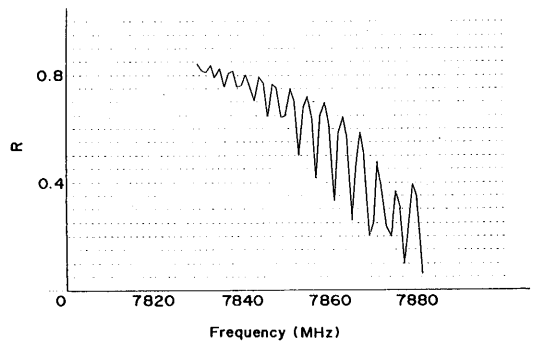


Fig. 3-3 マイクロ波の遮断特性

なるマイクロ波周波数を用いることが有効である。以下では円筒導波管における遮断特性の計測について述べる。

遮断特性は定在波測定器を用いて計測した。Fig. 3-2 に測定回路を示す。ここで導波管素子については Fig. 3-1 と同仕様である。マイクロ波をパルスジェネレータによってパルス変調し、スタブ・チューナを適当に調節し回路に入射する。マイクロ波の周波数を変化させながら定在波比をとり、反射係数を算出した。得られた結果は単調な垂下特性にはならず、周波数が高くなるにつれて大きく波うちながら小さくなってゆくことがわかった。結果を Fig. 3-3 に示す。

3.3 音波と電磁波との相互作用

ここでは、音波とマイクロ波との相互の関係について検討する。まず音波によって導波管内に摂動媒質を形成してやり、入射されたマイクロ波の振幅レベルをマイクロ波周波数を変化させながら計測することによ

って摂動を検出するのに最適な周波数を決定することを試みた。

音波が入射されると導波管内に空気の疎密が生じ、分子密度の摂動即ち誘電率の摂動が起こる。円筒導波管の遮断特性は次式で表せる。

$$f_c = \frac{c \rho'_{mn}}{2\pi \sqrt{\epsilon_s}} \quad (3.1)$$

ρ'_{mn} は $J_m(\rho) = 0$ の n 番目の根である。上式より、比誘電率が変化すると遮断周波数が変化することがわかり、入射マイクロ波の反射波を観測すれば先に得られた遮断特性の急激な点でより大きな振幅レベルが得られるはずである。

実験系は Fig. 3-1 である。入射音波は 1 kHz で音圧を一定にするために端子電圧は 4 V とした。マイクロ波発生器により 7850 MHz から 7880 MHz まで周波数を変化させながらマイクロ波を入射し、音波によって変調を受けた反射波の振幅レベルをロック・イン・アンプで測定した。結果を Fig. 3-4 に示す。Fig. 3-3 の遮断特性と比較すると 1 MHz 程のずれがあるが、反射係数の激しいところでマイクロ波反射振幅レベルが大きくなっていることがわかり、理論と一致する。しかし、遮断周波数は実験時の環境、例えば気圧変化によって変わるため最適なマイクロ波周波数は実験を行うごとに確認し決定した方がよい。

次にマイクロ波周波数を一定として、音波の周波数を変化させたときのマイクロ波反射振幅レベルの変化を測定した。測定回路は Fig. 3-1 である。

まず初めに、摂動を検出するのに最適なマイクロ波周波数を決定した後、音圧が一定となるようにスピーカ端子電圧を調整し、音波の周波数を変化させた。音圧を一定とするために、予めマイクロフォンを円筒導波管の終端より 0.2 m だけ中へ挿入し、各周波数におけるスピーカ端子電圧とマイクロフォン出力電圧を測

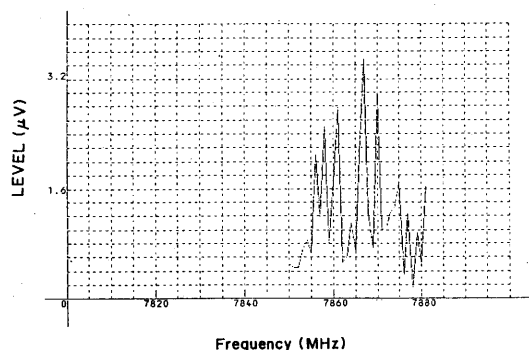


Fig. 3-4 マイクロ波周波数と反射振幅レベルとの関係

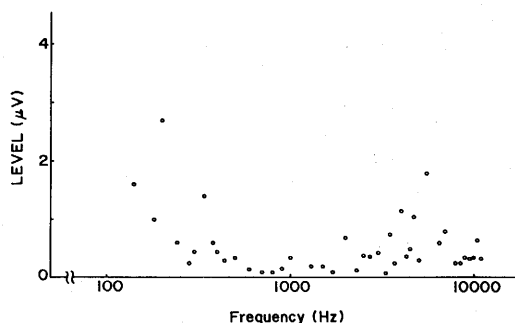


Fig. 3-5 周波数特性

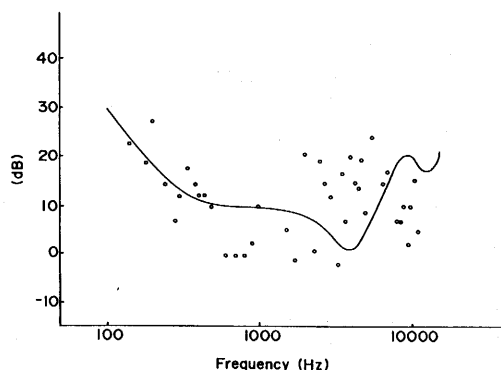


Fig. 3-6 等ラウドネス曲線（実線）と実測値（・印）との比較

定しておき、これらを校正值として、

1 kHz の時の音圧を基準とした測定結果を Fig. 3-5 に示す。この周波数特性を見ると、中域ではフラットで低高域ではレベルが高くなっている。そこでこれを dB 換算し、等ラウドネス曲線と比較することにした。比較した結果を Fig. 3-6 に示す。これより、測定点は等ラウドネス曲線に類似の分布をしていることがわかる。つまり、導波管型マイクロフォンは人間の耳の感覚を補いながら音波を受信する特性をもった補償型のマイクロフォンとなる可能性がある。

4. む す び

マイクロ波計測法を用い、WRJ-10 方形導波管のかわりに導波管の隅で乱流が発生しにくい円形導波管を用いることによって、管内を伝わる音波の伝搬特性を解析した。解析結果を実験によって確かめたところ、得られた分散特性の遮断点において急激な変化が観測され、理論結果が確認できた。また、計測に不都合な音波の定在波は、管内に吸音材を装荷することによりかなり抑えられることがわかった。

マイクロ波反射波の振幅レベルが最も大きく得られるマイクロ波周波数を用いて、導波管型マイクロフォ

ンとしての可能性を検討した。可聴範囲においてその周波数特性を測定したところ、測定点は等ラウドネス曲線に近似した周波数特性となった。これにより、導波管型マイクロフォンは、人間の耳の感覚を補いながら音波を受信する特性をもった補償型のマイクロフォンとなる可能性が示された。問題点は、感度が悪いことである。しかしながらこれは、音波の低域における定在波を極力抑えることと、高伝導性の導波管を用いてマイクロ波の遮断特性をより急激にすること、およびマイクロ波発生器の周波数安定度を増すことにより

大幅に改善できるものと思われ、今後の改善に期待がもてる。

終わりに、有益なご助言を与えられた本学電気工学科中川恭彦教授、中沢章助手、武藤真三助手に感謝する。

参考文献

- 1) 伊藤 洋, 伊藤明成: "進行波型揺動媒質中の電波伝搬", 応用物理, **53**, 1, pp. 59-66 (1934)