

## 磁気記録再生システムの位相特性決定法

橋 口 住 久\*  
平 賀 仁\*  
三 富 高 行\*

(昭和62年8月31日受理)

A Method for the Determination  
of Phase Characteristics  
of a Magnetic Tape Recording System

by Sumihisa HASHIGUCHI\*, Hitoshi HIRAGA\* and Takayuki MITOMI\*

## Synopsis

A method is proposed for measurement of phase characteristics of magnetic tape recording systems. It is necessary to define the frequency of zero phase-shift in order to express the phase characteristic properly. However there is no absolute zero phase-shift frequency in magnetic tape recorders.

In this paper we demonstrate mathematically the adequacy of adopting the frequency where the curve of phase characteristics, plotted in a form of the phase shift versus the logarithmic frequency, has the point of inflection as the zero phase-shift frequency.

## 1. はじめに

磁気記録再生システムの位相特性は、信号を記録する時期と再生する時期とが異なるので、通常システムの位相測定のように、入力信号を基準として出力信号の位相を定義することができない。したがって、このようなシステムでは、位相間関係が既知である周波数成分を含むものを試験信号として用い、出力信号における各周波数成分の位相のずれを観測して位相特性を求める<sup>1),2)</sup>。

位相特性を求める際に、位相の基準（位相ずれ $0^\circ$ ）とする周波数を定義する必要があるのであるが、従来は、適切な箇所に位相基準が定義されていなかったために、正確な測定が行われていなかった。

ここでは、位相ずれが $0^\circ$ となる周波数が、任意の方法で測定した仮の位相特性曲線の変曲点と一致することに注目し、実測値の特性曲線の変曲点での位相を基準として、各周波数における位相を求める方法について、主に、数学的背景について報告する。

## 2. 位相基準

従来の測定法では、基準とする周波数の選び方が任意であるために、同一の位相特性があたかも異なる特性であるかのように表示されていた。そのため、システム間の位相特性を比較することが困難であった。

図-1に、適切な周波数に位相基準を設定しなかったために生じる誤差が、位相特性曲線に与える影響について示す。任意の直線位相ずれ(b)は、波形に与える影響がまったく同一であるので、(a)の特性が、(b)の特性が加わった(c)のように表示されても誤りではない。ところが、(c)の特性にどれだけ(b)の直線位相ずれが含まれているかわからないので、(c)の結果をそのまま用いて、システム間の特性の比較を行なうのは適切ではない。しかし、位相ずれ $0^\circ$ となる周波数を求めることができ、そこにおける位相を基準とすることができれば、(c)の特性から(b)の特性の影響を除去した結果を得ることができる。

位相基準での位相ずれの影響は、高次高調波になるほど顕著である。これは、フーリエ級数展開式より明らかである。

\* 電子工学科, Department of Electronics.

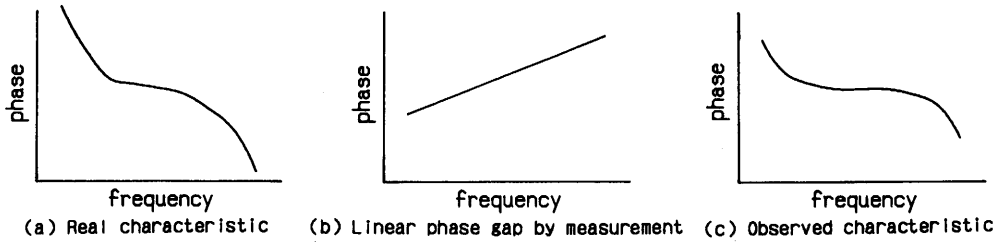


図-1 位相特性における直線位相ずれの影響  
Fig. 1 Effects of linear phase gap on phase characteristic

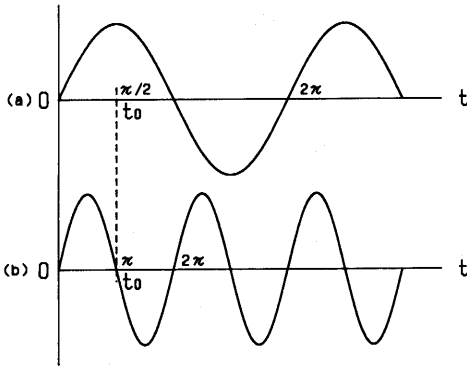


図-2 時間のずれと位相ずれの高調波における関係  
Fig. 2 Relation between the time delay and the phase shift at higher harmonic

$$h(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)\} \quad (1)$$

式(1)において、時刻  $t_0$  での基本波 ( $n=1$  のとき)の位相は  $\omega t_0$  である。ところが、2次高調波 ( $n=2$  のとき)の位相は  $2\omega t_0$  であり、基本波での位相の2倍の位相ずれとなることがわかる。このことは、図-2からも明らかである。この図において、(a)は基本波、(b)は2次高調波である。基本波における時刻  $t_0$  での位相が、(a)に示すように、 $\pi/2$  であるとすると、2次高調波の位相は、基本波と同一の時間ずれであるにもかかわらず、位相ずれは、基本波の2倍の  $\pi$  である。このように、各高調波において時間的なずれが同じでも、高次の高調波になるほど基準とする周波数の位相ずれの影響が大きいことがわかる。

以上より、位相特性を求める際には、位相基準の定め方が重要である。ここでは、位相基準を一意に決定する方法について述べる。

### 3. 方 法

#### 3.1 入出力信号

入力する信号には、位相の基準に選んだ周波数成分

と、特定の位相関係にある多数の周波数成分を含むような信号を用いるのが適当であるので、ここでは、高調波の含有量が多い直線下降波を用い、入力波形と出力波形の複素フーリエ変換の比較から、振幅特性と位相特性を求める<sup>3),4)</sup>。

周波数  $f_1$  の直線下降波入力信号  $A_i$  と、それに対する出力信号  $A_o$  の第  $n$  次高調波の複素フーリエ変換を、それぞれ、

$$A_i(f_1, n) = R_i(f_1, n) + jI_i(f_1, n) \quad (2)$$

$$A_o(f_1, n) = R_o(f_1, n) + jI_o(f_1, n) \quad (3)$$

とする。

これから、振幅と位相が、それぞれ次のように与えられる。

$$|A(f_1, n)|^2 = \{R(f_1, n)\}^2 + \{I(f_1, n)\}^2 \quad (4)$$

$$\phi(f_1, n) = \tan^{-1} \frac{I(f_1, n)}{R(f_1, n)} \quad R(f_1, n) > 0 \quad (5a)$$

$$= \tan^{-1} \frac{I(f_1, n)}{R(f_1, n)} + \pi \quad R(f_1, n) < 0 \quad (5b)$$

信号に含まれる周波数成分のうち、基本波の位相を基準とする場合、出力の周波数成分の基本波における初期位相 ( $t=0$  での位相)  $\phi(f_1, 1)$  が  $0^\circ$  でないときには、このずれ分が、 $n$  次高調波では  $n$  倍の位相ずれとなるので、各周波数成分の位相は、基本波での初期位相ずれ分の  $n$  倍の値を補正する必要がある。

即ち、補正後の第  $n$  次高調波の位相  $\phi_c(f_1, n)$  は、 $\phi_c(f_1, n) = \phi(f_1, n) - n\phi(f_1, 1)$  (6) となる。

第  $k$  次高調波を位相の基準とする場合、同様にして、

$$\phi_c(f_1, n) = \phi(f_1, n) - \frac{n}{k} \phi(f_1, k) \quad (7)$$

となる。これより、第  $k$  次高調波を位相基準としたときの補正した第  $n$  次高調波の移相量  $\phi_{cko}(f_1, n)$  は、

$$\begin{aligned} \phi_{cko}(f_i, n) &= \left\{ \phi_o(f_i, n) - \frac{n}{k} \phi_o(f_i, k) \right\} \\ &\quad - \left\{ \phi_i(f_i, n) - \frac{n}{k} \phi_i(f_i, k) \right\} \\ &= \phi_o(f_i, n) - \phi_i(f_i, n) \\ &\quad - \frac{n}{k} \{ \phi_o(f_i, k) - \phi_i(f_i, k) \} \end{aligned} \quad (8)$$

となる。

ここで、入力波形のうち、観測する高調波成分の中に、位相基準の周波数が存在しないときには、高調波成分の中に、基準とする周波数を含む入力波形から求めた実測結果のうち、適切な周波数での位相を基準として移相量を決定する。

ゆえに、基準周波数  $f_r$  での移相量が  $\phi_r$  であるとしたときの移相量  $\phi_{cr}(f)$  は、

$$\begin{aligned} \phi_{cr}(f) &= \left\{ \phi_o(f) - \frac{f}{f_r} \phi_o(f_r) \right\} \\ &\quad - \left\{ \phi_i(f) - \frac{f}{f_r} \phi_i(f_r) + \frac{f}{f_r} \phi_r \right\} \\ &= \phi_o(f) - \phi_i(f) \\ &\quad - \frac{f}{f_r} \{ \phi_o(f_r) - \phi_i(f_r) + \phi_r \} \end{aligned} \quad (9)$$

となる。

### 3.2 無移相周波数

いま、仮に磁気記録再生システムの伝達特性が、 $m$  個の1次進み要素と、 $n$  個の1次遅れ要素の連続接続で構成されているとすると、バンドパス型伝達特性は、 $T(f) =$

$$\frac{T_o}{\left(1 + \frac{f_{L1}}{jf}\right) \cdots \left(1 + \frac{f_{Lm}}{jf}\right) \left(1 + \frac{jf}{f_{H1}}\right) \cdots \left(1 + \frac{jf}{f_{Hn}}\right)} \quad (10)$$

となる。また、位相特性は、

$$\begin{aligned} \phi(f) &= \tan^{-1} \frac{f_{L1}}{f} + \cdots + \tan^{-1} \frac{f_{Lm}}{f} \\ &\quad - \tan^{-1} \frac{f}{f_{H1}} - \cdots - \tan^{-1} \frac{f}{f_{Hn}} \end{aligned} \quad (11)$$

と表わせる。位相が  $0^\circ$  となる無移相周波数  $f_o$  が、

$$\text{Max}(f_{Lk}) \ll f_o \ll \text{Min}(f_{Hn}) \quad (12)$$

であれば、 $f_o$  において、式(11)は近似的に、

$$\begin{aligned} 0 &= \phi(f_o) = \frac{f_{L1}}{f_o} + \cdots + \frac{f_{Lm}}{f_o} \\ &\quad - \frac{f_o}{f_{H1}} - \cdots - \frac{f_o}{f_{Hn}} \end{aligned} \quad (13)$$

となり、無移相周波数  $f_o$  は、次のようにして求めるこ

とができる。

$$f_o^2 = \frac{f_{L1} + \cdots + f_{Lm}}{\frac{1}{f_{H1}} + \cdots + \frac{1}{f_{Hn}}} \quad (14)$$

さらに、低域遮断周波数  $f_{Lk} (k = 1, \dots, m)$  がすべて  $f_L$  に等しく、高域遮断周波数  $f_{Hp} (p = 1, \dots, n)$  がすべて  $f_H$  に等しいときには、 $f_o$  は、

$$f_o^2 = \frac{m}{n} f_L f_H \quad (15)$$

となる。したがって、 $m$  個の低域遮断周波数、 $n$  個の高域遮断周波数が、それぞれ、互いに近接して分布しているときには、無移相周波数  $f_o$  を式(15)で近似することができる。

### 3.3 位相特性曲線の変曲点

図-3に磁気記録再生システムの特性格を示す。

磁気記録再生システムの位相特性曲線は、その傾きが図-3に示すように、急緩急と変化しているため、必ず変曲点が存在する。位相特性を片対数グラフ ( $\phi$  vs.  $\log f$ ) で表示したときの特性曲線の変曲点を求めるために、位相  $\phi$  を  $\log f$  で2回微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{d^2\phi}{d(\log f)^2} &= \frac{d}{d \log f} \left( \frac{d\phi}{d \log f} \cdot \frac{df}{df} \right) \\ &= \frac{d}{d \log f} \left( f \cdot \frac{d\phi}{df} \right) \\ &= f \frac{d^2\phi}{d \log f \cdot df} + \frac{d\phi}{df} \cdot \frac{df}{d \log f} \\ &= f^2 \frac{d^2\phi}{df^2} + f \frac{d\phi}{df} \end{aligned} \quad (16)$$

となる。ここで、低域遮断周波数  $f_{Lk} (k = 1, \dots, m)$  がすべて  $f_L$  に等しく、高域遮断周波数  $f_{Hp} (p = 1, \dots, n)$  がすべて  $f_H$  に等しいときには、

$$\phi(f) = m \tan^{-1} \frac{f_L}{f} - n \tan^{-1} \frac{f}{f_H} \quad (17)$$

であるから、

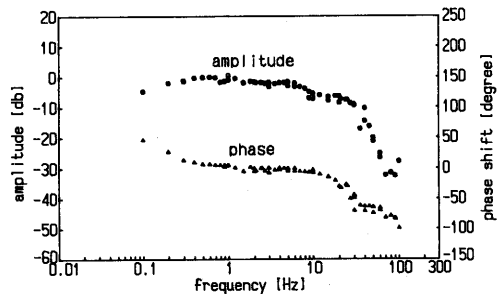


図-3 磁気記録再生システムの特性格

Fig. 3 Example of characteristics of a magnetic tape recording system

$$\frac{d\phi}{df} = -\frac{mf_L}{f^2+f_L^2} - \frac{nf_H}{f^2+f_H^2} \quad (18)$$

$$\frac{d^2\phi}{df^2} = \frac{2mff_L}{(f^2+f_L^2)^2} + \frac{2nff_H}{(f^2+f_H^2)^2} \quad (19)$$

となり、式(18)、(19)を式(16)に代入して整理すると、

$$-\frac{d^2\phi}{d(\log f)^2} = f \left\{ mf_L \frac{f^2-f_L^2}{(f^2+f_L^2)^2} + nf_H \frac{f^2-f_H^2}{(f^2+f_H^2)^2} \right\} \quad (20)$$

となる。ここで、上式の右辺が0に等しい周波数  $f$  が、変曲点であるので、その周波数を  $f_v$  とし、 $f_L \ll f_v \ll f_H$  であるとする、

$$0 = f_v \left\{ mf_L \frac{f_v^2}{f_v^4} - nf_H \frac{f_H^2}{f_v^4} \right\} \quad (21)$$

となり、

$$f_v^2 = \frac{m}{n} f_L f_H \quad (22)$$

となる。これは、式(15)の無移相周波数  $f_0$  と一致する。

式(15)と式(22)より、位相特性曲線の変曲点は、無移相周波数と一致するので、これを位相基準として、位相ずれ  $0^\circ$  とするのが適当である。

### 3.4 システム内のフィルタの次数の決定法

振幅特性（片対数表示）の低域側、高域側の二つの漸近線の傾き（db/decade 表示）を20で除した商の絶対値の整数部が  $m$ （低域側）と、 $n$ （高域側）である。

複数のフィルタの低域遮断周波数  $f_{LK}$  が近接して分布しているときには、 $f_{LK}$  を個々に決定することは困難であるので、振幅特性が  $-3m$ (db) となる周波数を  $f_L$  とする。 $f_H$  についても同様である。

### 3.5 測定値の補正

0 位相の基準の周波数  $f_{cs}$  は、振幅特性の実測値から式(15)を用いて求めた

$$f_{cs}^2 = \frac{m}{n} f_L f_H \quad (23)$$

で定める。これが、正確に無移相周波数と一致して、その周波数での位相が正しく  $0^\circ$  であれば、式(8)、(9)は、正しい結果を与える。しかし、仮の基準とした周波数  $f_s$  での移相量が正しく  $0^\circ$  ではなく、 $\phi_s$  であるとしたときの周波数  $f$  における移相量  $\phi_{cs}(f)$  は、

$$\begin{aligned} \phi_{cs}(f) &= \left\{ \phi_o(f) - \frac{f}{f_s} \phi_o(f_s) \right\} \\ &\quad - \left\{ \phi_i(f) - \frac{f}{f_s} \phi_i(f_s) + \frac{f}{f_s} \phi_s \right\} \\ &= \phi_o(f) - \phi_i(f) - \frac{f}{f_s} \left\{ \phi_o(f_s) - \phi_i(f_s) + \phi_s \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

となり、式(8)、(9)から得られる位相は、真の値より ( $f$

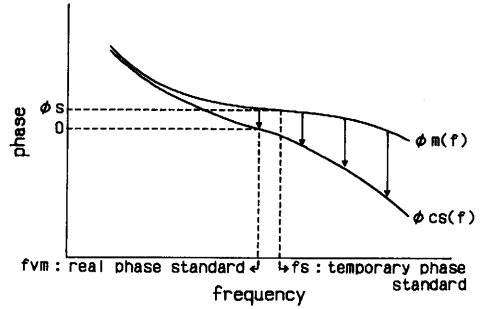


図-4 位相特性の補正

Fig. 4 Correction phase characteristic

$f_s$ )  $\phi_s$  だけ大きく、高い周波数での誤差  $(f/f_s)\phi_s$  が著しくなるので、補正が必要である。このことを図式的に示したのが図-4である。この図の曲線  $\phi_m$  は、仮の位相基準  $f_s$  での位相を  $0^\circ$  とし、他の周波数成分を求めた結果である。この特性曲線には、仮の位相基準における真の位相とのずれ分  $\phi_s$  が含まれているので、 $\phi_m$  から、 $f_s$  における位相ずれ分  $\phi_s$  を高調波倍だけ図の矢印のように補正する必要がある。

$\phi_s$  の大きさは、位相特性の実測値の変曲点から、次のようにして求めることができる。位相特性の実測値  $\phi_m$  と真の値  $\phi_{cs}$  との間には、

$$\phi_m = \phi_{cs} + \frac{f}{f_s} \phi_s \quad (25)$$

の関係がある。実測の位相特性曲線 ( $\phi_m$  vs.  $\log f$ ) の変曲点の周波数を求めるために、 $\phi_m$  を2回微分すると、式(20)と同様にして、

$$\begin{aligned} -\frac{d^2\phi_m}{d(\log f)^2} &= f^2 \frac{d^2\phi_m}{df^2} + f \frac{d\phi_m}{df} \\ &= f^2 \left\{ \frac{d^2\phi_{cs}}{df^2} + \frac{d^2\{(f/f_s)\phi_s\}}{df^2} \right\} \\ &\quad + f \left\{ \frac{d\phi_{cs}}{df} + \frac{d\{(f/f_s)\phi_s\}}{df} \right\} \\ &= f \left\{ mf_L \frac{f^2-f_L^2}{(f^2+f_L^2)^2} + nf_H \frac{f^2-f_H^2}{(f^2+f_H^2)^2} \right\} + \frac{f}{f_s} \phi_s \end{aligned} \quad (26)$$

となる。変曲点の周波数  $f_{vm}$  では、上式は0に等しいので、

$$\begin{aligned} f_{vm} \left\{ mf_L \frac{f_{vm}^2-f_L^2}{(f_{vm}^2+f_L^2)^2} + nf_H \frac{f_{vm}^2-f_H^2}{(f_{vm}^2+f_H^2)^2} \right\} \\ + \frac{f_{vm}}{f_s} \phi_s = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

となり、ゆえに  $\phi_s$  は、式(23)を考慮して、 $f_L \ll f_{vm} \ll f_H$  とすると、

$$\phi_s = f_s \frac{n}{f_H} \left( 1 - \frac{f_s^2}{f_{vm}^2} \right)$$

$$= f_s \left( \frac{n}{f_H} - \frac{mf_L}{f_{vm}^2} \right) \quad (28)$$

となる。したがって、式(8)、(9)を用いて求めた位相特性曲線(片対数表示)の変曲点の周波数 $f_{vm}$ を関式的に決定し、式(28)から $\phi_s$ を求めて、式(25)によって補正すれば、正しい位相特性を求めることができる。

以上の方法を実測に適用して、振幅特性のロールオフによく対応した良好な結果がえられた<sup>5),6)</sup>。

#### 4. 検 討

本測定法は伝達特性が、複数の1次進み要素と1次遅れ要素とで構成されていることが前提になっている。したがって、他の形式の高次のフィルタが含まれる場合には、回路フィルタの形式が分かれば、それに応じて式(10)以下を修正することにより、同様にして、位相特性を求めることができる。個々のフィルタについては、ここではふれない。

1 Hz 以下の低域に遮断周波数が存在するシステムにおいて、振幅特性の低域側のロールオフの特性から、ハイパスフィルタの次数 $m$ を求めるときには、再生ヘッドの大きさが有限であることから生じる形状効果<sup>7)</sup>による振幅特性のうねりが観測されるが、これを平均化して漸近線を引けば、フィルタの次数は求めることができる。このとき、位相特性の低域での微細構造については、振幅の減衰が著しいので、これを正確に測定しようとするのは困難であり、實際上、たいして意味のないことである。

#### 5. おわりに

磁気記録再生システムの位相特性を正確に決定するための位相基準の定め方について検討した。その結果、適当に選んだ周波数を基準にして得られた位相特性の実測結果から、真の無移相周波数と基準に選んだ周波数での真の位相ずれを決定できること、また、実測結果から真の位相ずれの影響を補正して正しい位相特性が得られることが明らかになった。

#### 参考文献

- 1) 村岡輝雄, 岩原 誠, 今尾 洋: 磁気記録再生における低周域群遅延現象とその聴感的影響, 信学技報, **MR80-17**, P. 9-16 (1980)
- 2) 高杉敏男, 鈴木誠史: 磁気録音機の位相特性の測定, 電波研究所季報, **15**, 77, P. 96-103 (March 1969)
- 3) 橋口住久, 平賀 仁, 三富高行, 田村康二, 小森貞嘉: ホルター心電計の位相特性測定法, 医用電子と生体工学, **24**, 特別号, P. 253 (1986)
- 4) 橋口住久, 平賀 仁, 三富高行, 田村康二, 小森貞嘉: ホルター心電計の位相特性測定法—第2報—, 心電図, **6**, 4, P. 408 (1986)
- 5) 橋口住久, 平賀 仁, 三富高行: 磁気記録再生システムの位相特性測定法, 信学技報, **MR86-59**, P. 1-7 (1987)
- 6) 橋口住久, 平賀 仁, 三富高行, 田村康二, 小森貞嘉: ホルター心電計システムの位相特性測定法, 医用電子と生体工学, **25**, 2, P. 192-197 (1987)
- 7) 岡崎 正, 伊東郁義, 橋口住久, 小森貞嘉, 田村康二: ホルター心電計への形状効果の影響, 医用電子と生体工学, **23**, 特別号, P. 198 (1985)