

静磁場に垂直に伝播する楕円偏波による電子の $V_p \times B$ 加速

竹 内 智*
坂 井 一 雄*
松 本 道 男*
杉 原 亮**

(昭和62年 8 月31日受理)

$V_p \times B$ Acceleration of Electrons by Elliptically Polarized Electromagnetic Waves Propagating Perpendicularly to Static Magnetic Field

by Satoshi TAKEUCHI*, Kazuo SAKAI*,
Michio MATSUMOTO* and Ryo SUGIHARA**

Abstract

New mechanisms of trapping and acceleration of electrons by an elliptically polarized electromagnetic wave (EPW) are shown in relativistic regime. Having the phase velocity V_p , which is a little smaller than the velocity of light c , the EPW propagates perpendicularly to an externally applied static magnetic field B_0 . Trapping conditions are divided into four types by using the ratio of the electric field component of the EPW to the field B_0 and the Lorentz factor $\gamma_p = [1 - (V_p/c)^2]^{-1/2}$ as parameters. Under the certain conditions, an electron trapped by the EPW can be accelerated unlimitedly along the wave front of the EPW as long as the original wave form is held constant without wave damping. Several issues of slow wave structures to slow down the phase velocity by using dielectric materials are also discussed.

1. はじめに

高エネルギー物理や核融合の分野において新しい加速機構を用いたコンパクトな加速器が必要とされ、大出力レーザーの強い電場を利用した次世代の加速器の研究が進められつつある。

最近、静磁場中における静電波と荷電粒子の相互作用において新しい粒子捕捉と加速機構が注目されている。静磁場に垂直に伝播する強い静電波による粒子捕捉と非統計的加速は、Sugihara 達¹⁾と Dawson 達²⁾によって理論的に研究された。静磁場 B_0 中を波の位相速度 V_p と同じ速度で移動する粒子は波に捕捉され、波の進行方向と静磁場に対し垂直な方向に加速され

る。その結果、急激な粒子加速によって波の強い減衰が生ずることが指摘された。この機構を縦波による $V_p \times B$ 加速と呼ぶことにする。Lembege 達³⁾は粒子シミュレーションによってプラズマにおいてもこの加速機構が存在し、加速された粒子はプラズマ加熱に寄与することを示した。相対論的な領域において、波の減衰が起こらなければ粒子の加速が際限なく起こることを Katsouleas 達⁴⁾が研究した。その応用としてレーザーによってプラズマ中に強い静電波を励起し、この電場によって荷電粒子を加速する新しい加速器 (Surfatron) を提案した。また、静磁場に対し斜めに伝播する静電波による粒子加速は、Sugihara 達⁵⁾、Sakai 達⁶⁾、Lembege 達⁷⁾によって研究された。さらに、Ohsawa⁸⁾は、粒子シミュレーションを用いて、プラズマ中を伝播する衝撃波の急峻な波面において、 $V_p \times B$ 加速による粒子加速が起こることを示した。このとき衝撃波の急峻な波面は減衰することなく伝播すること

* 工学基礎教室, Department of Basic Engineering

** 名古屋大学プラズマ研究所, Institute of Plasma Physics, Nagoya University

が観測された。この加速機構の実験的な検証は Ni-shida 達^{9),10)}によって行われた。

これまでは静電波を対象として行われてきた $V_p \times B$ 加速の研究は、Takeuchi 達^{11),12)}が電磁的な横波による粒子捕捉の新しい機構を見出したことによって、新しい局面を向かえることになった。静磁場と波の磁場から生成された磁気中性点に荷電粒子が捕捉され、粒子は波の進行方向と静磁場に対し垂直な方向へ加速される。静電波による $V_p \times B$ 加速と同様に相対論的な領域において際限なく粒子加速が起こることが示された。これを横波による $V_p \times B$ 加速と呼ぶことにする。

この論文では、静磁場に垂直に伝播する楕円偏波による電子の $V_p \times B$ 加速を相対論的な取り扱いによって議論する。縦方向と横方向の両電場成分をもつ楕円偏波を扱うと、縦電場と横電場の成分比により $V_p \times B$ 加速機構が異なることを示す。縦電場が支配的な場合、縦波による $V_p \times B$ 加速になるが、横電場が強くなり静磁場と波の磁場が磁気中性点を形成するようになると、横波による $V_p \times B$ 加速に変化してゆく。次の2章において楕円偏波による $V_p \times B$ 加速の機構をより明確にするために、縦波と横波による $V_p \times B$ 加速の機構の違いを説明し、その後で楕円偏波による $V_p \times B$ 加速の機構を説明する。3章では、数値計算によって電子の軌道を求め、エネルギーの時間変化と電場の偏極が位相空間における電子の運動にどのような影響を与えるかについて考察する。さらに、4章において、電磁波と電子のコヒーレントな相互作用を実現するために、波の位相速度を光速よりも遅くする遅波機構について議論する。5章では全体的なまとめと今後の課題と展望について考察する。

2. 楕円偏波と電子の相互作用

静磁場に垂直に伝播する電磁波と相対論的に運動する電子の相互作用について議論する。自由空間内における電磁波は光速で伝播するので、荷電粒子とのコヒーレントな相互作用を実現することは困難である。しかし、中性ガスやプラズマ、あるいは誘導体のような媒質中を伝播する電磁波の位相速度は光速より小さくなり、このような遅波機構を利用すると荷電粒子と電磁波のコヒーレントな相互作用が可能となる。また、入射電磁波が純粋な横波であっても、誘電媒質との相互作用によって縦電場成分が作られ、楕円偏波となる。

質量 m 、電荷 $-e$ の電子が速度 v で運動するときの相対論的な運動方程式および、電子と電磁波のエネルギー授受の関係式は次のように与えられる。

$$m(d\gamma v/dt) = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}/c) \quad (1.1)$$

$$mc^2(dy/dt) = -e\mathbf{v} \cdot \mathbf{E} \quad (1.2)$$

ここで、

$$\gamma \equiv (1 - \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}/c^2)^{-1/2} \quad (1.3)$$

であり、 c は光速である。磁場は電子に対して仕事をしないので、電子のエネルギー増加に寄与することはないが、電磁波による電子の捕捉において重要な役割を担う。

電子と相互作用する電磁波として、静磁場に垂直に伝播し、しかも、位相速度が光速よりもわずかに遅いような楕円偏波を仮定する。楕円偏波の電場成分が $\mathbf{E} = (E_x, E_y, 0)$ であり、 y 方向に伝播する場合を考えると、波の磁場成分は Maxwell 方程式より $B_z = -(c/V_p)E_x$ とあらわされる。また、 z 方向に外部静磁場 B_0 を印加すると、磁場は $\mathbf{B} = (0, 0, B_0 + B_z)$ と与えられる。さらに、楕円偏波の電場成分は次のように偏極しているとする。

$$E_x = E_{x1} \cos(ky - \omega t + \alpha) \quad (2.1)$$

$$E_y = E_{y1} \sin(ky - \omega t + \alpha) \quad (2.2)$$

ただし、 $E_{x1} = E_1 \cos \theta$ 、 $E_{y1} = E_1 \sin \theta$ であり α は位相定数である。電場の強さ E_1 を一定にすると、縦電場と横電場成分の割合は θ によって与えられる。楕円偏波は $0 \leq \theta < \pi/2$ のとき左回り偏波となり、 $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ のとき右回り偏波となる。また $\theta = 0$ のとき楕円偏波は純粋な横波 ($E_y = 0$) となり、 $\theta = \pi/2$ のときは純粋な縦波 ($E_x = 0$) となる。

位相速度 V_p で伝播する楕円偏波と、 V_p と同じくらいの速度で運動する電子との相互作用は、ローレンツ変換 (付録参照) により速度 V_p で移動する波の座標系において解析することができる。運動方程式(1)は、波の座標系において各成分ごとに

$$F_x = (-e/c)(\gamma_p V_p B_0 + B_t V_y) \quad (3.1)$$

$$F_y = -e(E_y - B_t V_x/c) \quad (3.2)$$

と与えられる。ただし $F_x \equiv m(d\Gamma V_x/dT)$ 、 $F_y \equiv m(d\Gamma V_y/dT)$ 、 $\Gamma \equiv (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$ 、 $\gamma_p \equiv (1 - V_p^2/c^2)^{-1/2}$ である。 B_t は静磁場と波の磁場の和であり、実験室系の値を用いて次式のようにあらわされる。

$$B_t = \gamma_p B_0 + B_z/\gamma_p \quad (4)$$

楕円偏波による $V_p \times B$ 加速をより明確に理解できるように、はじめに、純粋な縦波あるいは横波による $V_p \times B$ 加速についてそれぞれ議論しよう。

2.1 縦波による $V_p \times B$ 加速 ($\theta = \pi/2$)

純粋な縦波の場合、横電場成分 $E_x = 0$ となるので波の磁場も $B_z = 0$ となる。したがって、 $B_t = \gamma_p B_0$ となり運動方程式(3)は次式のように与えられる。

$$F_x = (-e/c)(\gamma_p V_p B_0 + \gamma_p B_0 V_y) \quad (5.1)$$

$$F_y = -e[-E_1 \sin(KY + \alpha) - \gamma_p B_0 V_x / c] \quad (5.2)$$

(5.2)式右辺第一項は、縦電場が電子を捕捉しようとする力であり、第二項は静磁場が電子を捕捉から逃がれさせようとするローレンツ力に対応している。初期 $T = T_0$ において、電子が縦電場のつくるポテンシャルの中に捕捉されていると仮定しよう。このポテンシャルに捕捉されている電子に作用する力の概念図を図-1に示す。電子は、(5.1)式右辺第一項の力 $f_x = (-e/c)\gamma_p V_p B_0$ によって $-x$ 方向へ加速される。すると、(5.2)式右辺第二項に相当する力 $f_y = (-e/c)\gamma_p V_x \times B_0$ が電子に作用し、その力によって波の後方に押しもどされる。一方、縦電場の力 $f_p = eE_1 \sin(KY + \phi)$ は電子を捕捉しようとする。したがって電子がポテンシャルに捕捉され、さらに加速され続けるかどうかは、 f_p と f_y の力関係によって決まる。電子の x 方向の速度がほぼ光速 ($V_x \approx -c$) としても、電子がポテンシャルに捕捉され続けるための条件は、(5.2)式において次の関係式

$$E_1 > \gamma_p B_0 \quad (6)$$

が成立することである^{13),14)}。この関係式は、(5.2)式の右第一項において $\sin(KY + \alpha) = 1$ とし、第二項で $V_x = -c$ 、さらに $F_y > 0$ とすることによって導出される。ポテンシャルの井戸に捕捉されている電子は波といっしょに移動するので $V_y \approx 0$ と考えてよい。し

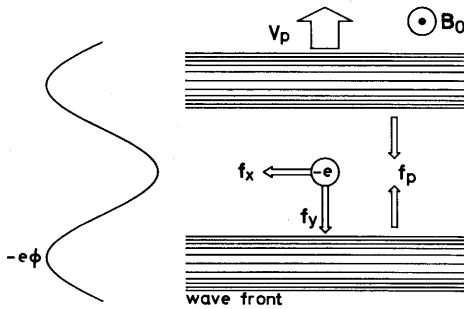


図-1 縦波による $V_p \times B$ 加速の概念図

静電ポテンシャル ϕ の底に位置する電子は、力 $f_x = (-e/c)V_p B_0$ によって $-x$ 方向に加速されながら、 $f_y = (-e/c)V_x \times B_0$ によって波の後方に押しもどされる。一方、ポテンシャルの力 f_p は電子を捕捉しようとする。

Fig. 1 Schematic diagram of the $V_p \times B$ acceleration by the longitudinal electric wave.

The electron located at the bottom of the electrostatic potential well is accelerated in the negative x -direction by the force $f_x = (-e/c)V_p B_0$. The force $f_y = (-e/c)V_x \times B_0$ tends to push out the trapped electron backward the wave, while the force f_p of the wave tends to trap the electron in the potential well.

たがって電子の x 方向の速度 V_x は(5.1)式より

$$\Gamma V_x = W_0 - \gamma_p V_p \Omega T \quad (7)$$

となる。ただし $W_0 = \Gamma_0 V_{x0} + \gamma_p V_p \Omega T_0$ は $T = T_0$ における初期値であり、 $\Omega = eB_0/mc$ はサイクロトロン周波数である。 Γ の定義式から V_x を消去すると

$$\Gamma(T) = [1 + (W_0 - \gamma_p V_p \Omega T)^2 / c^2]^{1/2} \quad (8)$$

が得られる。これより、捕捉された電子は波が壊れない限り際限なく加速され続けることがわかる。波の座標系における Γ と実験室系における γ の関係は付録の(A.6)式に示されている。捕捉された電子に対し $V_y \approx 0$ が成立するので、 $\gamma = \gamma_p \Gamma$ となる。したがって捕捉された電子のエネルギー増加は実験室系においても成立する。

条件式(6)が成立しないと初期に捕捉されている電子でも力 f_y の作用によってポテンシャルの壁を乗り越えて波の後方へ落ちてしまう。電子がポテンシャルから逃れるときの x 方向の速度 V_{esc} は

$$V_{esc} = -cE_1 / \gamma_p B_0 \quad (9)$$

によって与えられる。この式は(5.2)式において $\sin(KY + \alpha) = 1$, $F_y = 0$ としたときの V_x として求められる。

2.2 横波による $V_p \times B$ 加速 ($\theta = 0$)

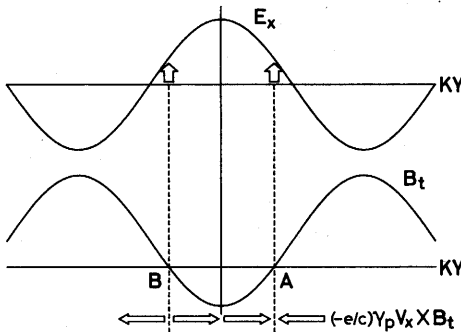
純粋な横波の場合、縦電場 $E_y = 0$ となるので、(3.1)式に変化はないが、(3.2)式は次のようになる。

$$F_y = (e/c)B_t V_x \quad (10)$$

電子の捕捉に重要な役割を担うのは(4)式で示された磁場 B_t である。いま電子の感じる波の磁場 B_z / γ_p が、静磁場 $\gamma_p B_0$ よりも大きい場合を考える。つまり、不等式^{13),14)}

$$E_1 > \gamma_p (\gamma_p^2 - 1)^{1/2} B_0 \quad (11)$$

が成立すると図-2に示すように、波の電場のゼロ点と波の磁場のゼロ点がお互いにずれたような波形となる。 $B_t(Y) = 0$ となる磁気中性点 A, B の近傍における電子の運動について議論しよう。横波の位相速度と同じ速度で移動する電子は、時間的に変化しない波の電場と磁場の影響を受ける。特に磁気中性点 A, B の近傍に存在する場合、電子が感じるのは一定方向の電場 E_x だけである。つまり、電子はこの電場によって $-x$ 方向へ加速されることになる。A, B の近傍において電子は(10)式の右辺に相当する力 $f_y = (-e/c)\gamma_p V_x \times B_t$ を感じる。この力は A 点の近傍の粒子に対し復元力として作用する。またこの復元力は電子が加速される(つまり V_x が大きくなる)にしたがい、次第に大きくなる。これは、一度捕捉された電子は捕捉から逃れることができず A 点の近傍に固定されてしまうことを示している。一方、B 点において粒子が捕捉される

図-2 横波による $V_p \times B$ 加速の概念図

磁気中性点 A, B の近傍において、電子は一定の電場 E_x によって $-x$ の方向へ加速される。A 点の近傍では力 $f_y = (-e/c) V_x \times B_t$ は復元力として電子に作用するが、B 点の近傍では斥力として作用する。時間と共に V_x が大きくなるにつれ f_y はしだいに大きくなるので、電子は A 点の近傍に強く捕捉される。

Fig. 2 Schematic diagram of the $V_p \times B$ acceleration by the transverse electric wave.

In the vicinity of the magnetic neutral points A and B, the electron sees only the constant electric field E_x and is accelerated by E_x in the negative x direction. The electron feels the restoring force $f_y = (-e/c) V_x \times B_t$ near the point of A. On the other hand it is the repulsive force that the electron feels near the point of B. As the velocity V_x increases with time, the force f_y becomes stronger, hence the electron is more tightly trapped in the vicinity of A.

ことはない。それは、B 点の近傍では、電子に対して力 f_y は斥力として作用するからである。捕捉された電子に対して $B_t(Y) \approx 0$ の近似を用いると、(3.1) 式より電子の x 方向の速度と Γ の時間依存性が計算できるが、これらの量は(7), (8)式と同じ結果となる。

2.3 楕円偏波による $V_p \times B$ 加速

楕円偏波の場合、粒子捕捉は θ の値に依存して、縦電場のポテンシャルによる捕捉(縦波的捕捉)、あるいは磁気中性点による捕捉(横波的捕捉)となる。前述したように、静電ポテンシャルによる捕捉では、条件式(6)を満足しなければ、初期に捕捉されていた電子でも加速の途中で波から逃れてしまう。一方、横波による捕捉では、磁気中性点が形成されると、そこに捕捉された電子は波が壊れない限り捕捉され続ける。

いま、磁気中性点が形成されず、静電ポテンシャルに電子が捕捉されている場合を考える。初期に捕捉されていた電子が、加速の途中でポテンシャルから逃れるときの速度 V_{esc} は、力 f_p と f_y の釣合から

$$V_{esc}/c = E_x/(\gamma_p B_0 - cE_x/V_p \gamma_p) \quad (12)$$

で与えられる。 V_{esc} の最大値は $dV_{esc}/dY = 0$ から

$$\left| \frac{V_{esc}}{c} \right|_{\max} = \frac{(E_1/\gamma_p B_0) |\sin \theta|}{\left[1 - \frac{\cos^2 \theta}{r_p^2 (\gamma_p^2 - 1)} \frac{E_1^2}{B_0^2} \right]^{1/2}} \quad (13)$$

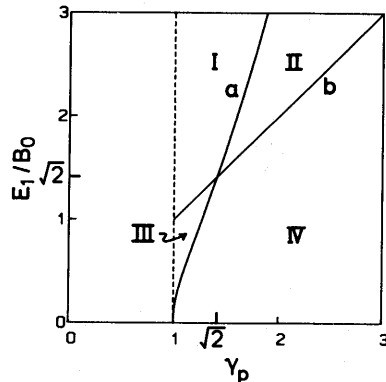
と求められる。さらに、電子が V_{esc} まで加速される時間 t_{esc} は、(7), (8)式と(A.3)式を用いて次式のように与えられる。

$$t_{esc} = (1/V_p \Omega) \{ W_0 - [1 - (V_{esc}/c)^2]^{1/2} \} \quad (14)$$

(13)式の分子は、 $\theta = \pi/2$ のとき縦波の $V_p \times B$ 加速において捕捉が継続する条件を与え、分母は $\theta = 0$ あるいは $\theta = \pi$ のとき横波による捕捉の条件を与える。ただし、横波の捕捉に対し(13)式は成立しない。それは磁気中性点の形成される条件(11)式が満足されると、分母が複素数となるからである。図-3に示すように、楕円偏波による $V_p \times B$ 加速度は、境界線 $E_1/B_0 = \gamma_p$ と $E_1/B_0 = \gamma_p(\gamma_p^2 - 1)^{1/2}$ によって四つの領域に分類される。

領域 I, III では、 θ の値に依存して縦波による $V_p \times B$ 加速から横波による $V_p \times B$ 加速へ加速機構が移り変わるし、その逆の過程も起こる。領域 I では、縦波と横波の場合における捕捉条件が両方ともに成立しているので、一度波に捕捉された電子は際限なく加速され続ける。領域 III では、縦波よりも横波による捕捉が起こるが、 $1 < \gamma_p < \sqrt{2}$ の領域に限られている。これは、位相速度が光速に比べかなり遅く、しかも、横波による捕捉条件を満足するような楕円偏波を用いなければならないことを意味している。

領域 II, IV では磁気中性点が形成されないで、横波による $V_p \times B$ 加速は起こらない。領域 II では、 θ が 90° 付近の縦波成分が大きいときに際限のない加速が

図-3 E_1/B_0 と γ_p の値によって四つの領域に分類された捕捉領域

境界線は次のように与えられる。

$$a: E_1/B_0 = \gamma_p(\gamma_p^2 - 1)^{1/2}, \quad b: E_1/B_0 = \gamma_p.$$

Fig. 3 Trapping map divided into four regions in the $E_1/B_0 - \gamma_p$ space.

The marginal lines are given as follows:

$$a: E_1/B_0 = \gamma_p(\gamma_p^2 - 1)^{1/2}, \quad b: E_1/B_0 = \gamma_p.$$

起こる。しかし、それ以外の θ では初期に静電ポテンシャルに捕捉されている電子であっても、加速の途中で捕捉から逃れてしまうので、電子の正味のエネルギー増加はない。領域 IV では、縦波と横波のいずれの場合についても、捕捉条件が満足されない領域である。

また、境界線 $E_1/B_0 = \gamma_p(\gamma_p^2 - 1)^{1/2}$ 上において $|V_{esc}/c|_{\max} = E_1/\gamma_p B_0 = (\gamma_p^2 - 1)^{1/2}$ (15)

となる。これは電子の加速が楕円偏波の偏極 θ に関係することなく常に一定となることを意味している。ただし、この関係式が成立するのは $1 < \gamma_p < \sqrt{2}$ の範囲に限られる。

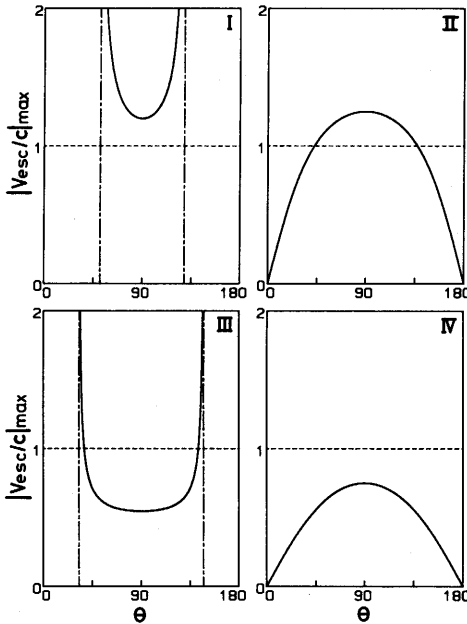


図-4 四つの捕捉領域における偏角 θ と $|V_{esc}/c|_{\max}$ の関係
 $|V_{esc}/c| > 1$ のとき、捕捉された電子は際限なく加速され続ける。一点鎖線の外側の領域では磁気中性点が形成されるので、横波による $V_p \times B$ 加速が起こる。各領域におけるパラメータは次のように与えられた。

I : $\gamma_p = 1.25, E_1/B_0 = 1.5$, II : $\gamma_p = 2, E_1/B_0 = 2.5$,
 III : $\gamma_p = 1.1, E_1/B_0 = 0.6$, IV : $\gamma_p = 2, E_1/B_0 = 1.5$.

Fig. 4 The relation between the polarization angle θ and $|V_{esc}/c|_{\max}$ in four trapping regions. When $|V_{esc}/c|_{\max} > 1$, the trapped electron continues to be accelerated unlimitedly. In outside regions of the dashed-and-dotted lines the magnetic neutral points are created, hence, the $V_p \times B$ acceleration by the transverse electric wave can occur in this regions.

Parameters given in each region are shown as follows:

I : $\gamma_p = 1.25, E_1/B_0 = 1.5$, II : $\gamma_p = 2, E_1/B_0 = 2.5$,
 III : $\gamma_p = 1.1, E_1/B_0 = 0.6$, IV : $\gamma_p = 2, E_1/B_0 = 1.5$.

各領域内に存在する代表的なパラメータをそれぞれ与えて θ と $|V_{esc}/c|_{\max}$ の関係を図-4 に示す。 $|V_{esc}/c| > 1$ は捕捉された電子が際限なく加速され続けることを意味している。また $|V_{esc}/c| < 1$ は、初期に捕捉されていた電子でも、加速の途中で捕捉から逃れてしまうことを示している。領域 I, III の一点鎖線の外側では磁気中性点が形成されるが、II, IV の領域では形成されない。

3. 電子の軌道

四つの領域で与えられるパラメータ ($E_1/B_0, \gamma_p, \theta$) の代表的な値を用いて、一個の電子がどのような運動をするのか数値計算によって調べてみよう。波の座標系における位相空間 (V_x, V_y) と電子のエネルギー増加に相当する実験室系における γ の時間変化を図に示す。これにより、初期における電子の捕捉の状態や、偏極の回転 (R 波, L 波) による運動への影響を微視的に調べることができる。

領域 I における電子の運動に対する R 波と L 波の影響を図-5 に示す。記号 RW と LW はそれぞれ右回り偏波と左回り偏波による電子の軌道を示している。位相空間における軌道 (図 5-I-a) において、R 波とカップリングする電子は軌道 RW のように運動の初期に R 波の影響を強く受け波に捕捉される。軌道 LW は、電子の回転方向と逆方向の強い電場によって電子が波の前方に押し出されながら捕捉されることを示している。捕捉された電子は位相速度 V_p で y 方向に移動しながら、 $-x$ 方向に加速される。図 5-I-b に示すように、捕捉された電子のエネルギーは、R 波や L 波には関係なく、時間と共に線形的に増加する。エネルギー増加率 $\Delta U/\Delta t = mc^2 \Delta \gamma/\Delta t$ は (8) 式と付録 (A.3), (A.4) を用いて

$$\Delta U/\Delta t \simeq (\gamma_p^2 - 1)^{1/2} ceB_0 \quad (16)$$

と導出される。数値計算のパラメータ $\gamma_p = 1.25, \Omega/\omega = 1$ を代入すると $\Delta \gamma/\Delta t = 0.75 \Omega$ となる。さらに $\omega \Delta t = 42.5 \pi$ とすると $\Delta \gamma = 100.14$ となり、この値は図 5-I-b から読み取れる値とよく一致する。

領域 II における電子の各軌道を図-6 に示す。記号 ES は縦波による電子の軌道である。初期に静電ポテンシャルに捕捉されていた電子は、ローレンツ力によって波の後方に押しもどされようとするが、電子を捕捉しようとする縦電場の力が大きいので、結局電子は捕捉されてしまう。そのとき電子のエネルギー増加率は (16) 式と一致する。軌道 RW の場合、縦電場が横電場より小さいが、磁気中性点が形成されないため、電子は R 波の影響を受けて運動するが正味のエネルギー

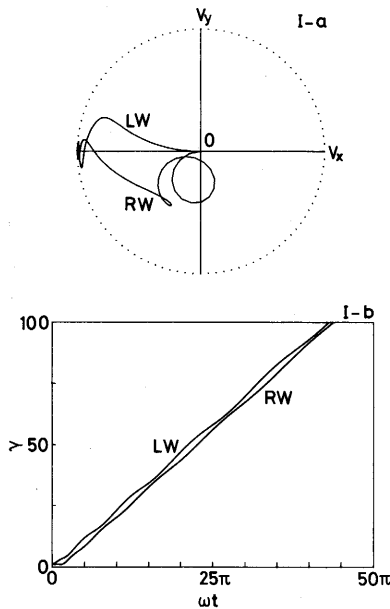


図-5 領域Iにおいて捕捉された電子の運動に対するR波(RW)とL波(LW)の影響

I-a: 波の座標系における位相空間の軌動

I-b: 実験室系における γ の時間依存

各パラメタは次のように与えられた。

$E_1/B_0=1.5$, $V_p/c=0.6$, $\theta=160^\circ$ (RW).

$E_1/B_0=1.5$, $V_p/c=0.6$, $\theta=20^\circ$ (LW).

Fig. 5 Motions of the trapped electrons influenced by the R wave (RW) or L wave (LW) in the region I.

I-a: Phase space trajectories in the wave frame.

I-b: Time evolution of γ in the laboratory frame.

Parameters are given as:

$E_1/B_0=1.5$, $V_p/c=0.6$, $\theta=160^\circ$ (RW).

$E_1/B_0=1.5$, $V_p/c=0.6$, $\theta=20^\circ$ (LW).

一増加はない。

領域III, IVにおける電子の軌道は図-7, 8に示す。どちらの場合にも電子が波に捕捉されないようなパラメタを用いている。位相空間(図7-III-a, 8-IV-a)において、電子の y 方向の平均速度は $\langle V_y \rangle < 0$ である。これは捕捉されない電子は波の後方に押し流されてゆくことを意味している。したがって電子と波のコヒーレントな相互作用は起こらないので、電子の正味のエネルギー増加は期待されない。

4. 遅波機構

今まで電磁波の位相速度は光速よりも遅いことを前提として $V_p \times B$ 加速を議論してきたが、電子の捕捉条件やエネルギー増加率は波の位相速度に強く依存する。そこで、誘導体、中性ガス、プラズマ等の媒質中

Z5-6

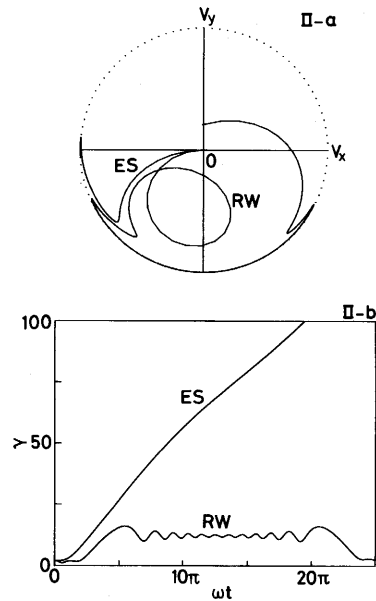


図-6 領域IIにおける電子の運動に対する静電波(ES)とR波(RW)の影響

II-a: 波の座標系における位相空間の軌動

II-b: 実験室系における γ の時間依存

各パラメタは次のように与えられた。

$E_1/B_0=2.5$, $V_p/c=0.866$, $\theta=90^\circ$ (ES).

$E_1/B_0=2.5$, $V_p/c=0.866$, $\theta=160^\circ$ (RW).

Fig. 6 Motions of the electrons influenced by the electrostatic wave (ES) or R wave (RW) in the region II.

II-a: Phase space trajectories in the wave frame.

II-b: Time evolution of γ in the laboratory frame.

Parameters are given as:

$E_1/B_0=2.5$, $V_p/c=0.866$, $\theta=90^\circ$ (RW).

$E_1/B_0=2.5$, $V_p/c=0.866$, $\theta=160^\circ$ (LW).

を伝播する電磁波の遅波機構と問題点について議論する。

4.1 誘電体

平行平板誘電体導波路の中を伝播するTE波による $V_p \times B$ 加速については文献(12), (15)ですでに報告している。誘導体から導波路内にもれ出た電磁波において、板に平行な方向の位相速度は $V_p = c/\sqrt{\epsilon}$ によって与えられる。ここで ϵ は誘電率であり、誘電体においては通常 $\epsilon > 1$ である。したがって電磁場の V_p は光速よりも小さくなり電子とのコヒーレントな相互作用が可能となる。導波路内ではTE波だけでなくTM波も励起されるので、実際には楕円偏波となっていると考えられる。これらの励起モードは誘導体の厚さ、平板間の距離、誘電率等のパラメタによって同定される。同定された楕円偏波の縦電場成分と横電場成分の比か

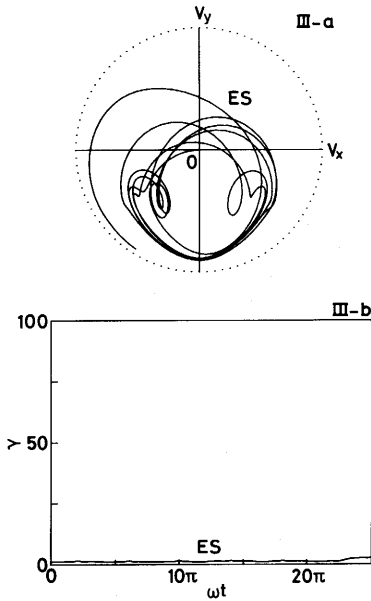


図-7 領域IIIにおいて縦波 (ES) に捕捉されない電子の運動
 捕捉されない電子の y 方向の平均速度が負となること
 から、電子は波とコヒーレントな相互作用をすること
 なく、波の後方に押し流される傾向にある。
 III-a : 波の座標系における位相空間の軌道
 III-b : 実験室系における γ の時間変化
 パラメタは次のように与えられた。
 $E_1/B_0 = 0.6$, $V_p/c = 0.4166$, $\theta = 90^\circ$ (ES).

Fig. 7 Motion of the untrapped electron with the electrostatic wave (ES) in the region III.

The mean velocity of the untrapped electron in the y -direction is negative value, hence the electron tends to fall behind the wave without coherent interaction with the wave.

III-a : Phase space trajectory in the wave frame.

III-b : Time evolution of γ in the laboratory frame.

The parameter is given as :

$E_1/B_0 = 0.6$, $V_p/c = 0.4166$, $\theta = 90^\circ$ (ES).

ら θ の値が求まり、誘電率によって決まる位相速度から γ_p が定まる。さらに電場の強さ E_1 と静磁場 B_0 の値から、図-3 のどの領域において粒子捕捉が起こるか予測することが可能となる。

誘導体の表面から漏れ出た電磁波は指数関数的に減衰するので、平板誘電体間の距離は入射電磁波の波長 λ 程度でなければならない。誘電体の表面に沿って走る電子は電磁波を放射し誘電体と相互作用する。このとき電子の単位長さあたりの損失エネルギー¹⁵⁾は

$$dw/dy = q^2/2d^2 = 0.72 \times 10^{-7}/d^2 [\text{eV/cm}] \quad (17)$$

と与えられる。 d は電子と誘電体の距離であり、平行平板誘電体導波路の場合 $d = \lambda/2$ 程度である。ここでマ

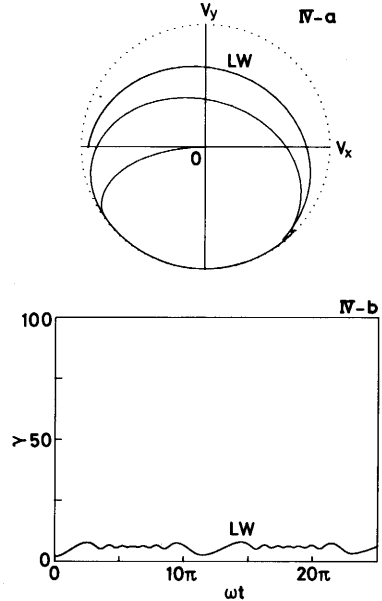


図-8 領域IVにおいてL波 (LW) に捕捉されない電子の運動
 図-7の場合と同じように、電子は波の後方に押し流される傾向にある。

IV-a : 波の座標系における位相空間の軌道

IV-b : 実験室系における γ の時間変化

パラメタは次のように与えられた。

$E_1/B_0 = 1.5$, $V_p/c = 0.866$, $\theta = 20^\circ$ (LW).

Fig. 8 Motion of the untrapped electron with the L wave (LW) in the region IV.

The untrapped electron tends to fall behind the wave as already shown in Fig. 7.

IV-a : Phase space trajectory in the wave frame.

IV-b : Time evolution of γ in the laboratory frame.

Parameter is given as :

$E_1/B_0 = 1.5$, $V_p/c = 0.866$, $\theta = 20^\circ$ (LW).

イクロ波領域 (周波数: $10^9 \sim 10^{10}$ [Hz], 波長: [mm-cm]) の電磁波を使用するなら、電子と誘電体の相互作用による損失エネルギーは無視することができる。

4.2 中性ガス

電磁波の位相速度は中性ガス内を伝播することによっても遅くなる。中性ガスの誘電率は1に非常に近いので、その中を伝播する電磁波の位相速度は、誘電体を用いた場合に比べ、それほど光速より小さくなることはない。誘電率と屈折率 $n \equiv c/V_p$ の関係式を用いると、例えば一気圧における水素ガスでは $n - 1 \approx 2 \times 10^{-4}$ となる。また電子が中性ガス内を通過するとき、中性ガスによる散乱を考慮しなければならない。電子が中性ガスによって散乱される角度を ψ とすると、散乱された電子の位相速度からのずれは

$$\Delta V/c = (V_p/c)(1 - \cos \psi) \approx \psi^2/2n \quad (18)$$

のように近似される。静磁場 $B_0 \approx 0$ の場合に電子の捕捉条件 [文献(11)の(14)式参照] を適用すると波長 λ の電磁波に対して

$$|\Delta V/c| < 3.7 \times 10^{-8} E_1 \lambda \quad (19)$$

が成立する。ここで横波による電子の捕捉条件を満足するように静磁場を $B = 10$ [G], $\gamma_p = 50$ とすると $E_1 \approx 10^7$ [V/cm] になる。したがって波長 $\lambda = 1$ [cm] の電磁波に対する散乱角は

$$\psi \approx 5.0 \times 10^{-2} [\text{rad}] \quad (20)$$

一方、中性ガスによって散乱される角度が ψ よりも大きくなる確率 $P^{(16)}$ は

$$P = (\pi e^4 N / p^2 v_e^2) \cot^2(\psi/2) \approx 0.01 (\%/m) \quad (21)$$

によって与えられる。ここで、 p , v_e , N はそれぞれ運動量、電子の速度、ロシュミット数である。これより電子は中性ガスによってそれほど散乱されることなく加速され続けることが可能であると考えられる。

4.3 プラズマ

プラズマは電子とイオンから成り、電気的中性を保ち続ける完全電離気体であるので、誘電体や中性ガスのように高電場による媒質の破壊は起こらない。プラズマの誘電率は通常 1 よりも小さいので、中を伝播する波の位相速度は光速以上になる。このような場合、電子とプラズマ波のコヒーレントな相互作用は不可能となる。しかし、静磁場をプラズマに印加した場合には多くのプラズマ波が存在するので、位相速度が光速よりも小さくなるようなモードを分散関係式から同定することができる。このようなプラズマ波を用いると電子のコヒーレントな相互作用が可能となる。ここでわれわれが注目するのは、静磁場に垂直に伝播する電磁波モードであるところの X 波 (Extraordinary Wave) である。なぜなら、静磁場のもとでプラズマの電子は縦電場と横電場を作り、それが楕円の回転しながら静磁場に垂直に伝播するからである。X 波の分散関係式は

$$\frac{c^2}{V_p^2} = 1 - \frac{\omega_p^2(\omega^2 - \omega_p^2)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_h^2)} \quad (22)$$

と与えられる。ここで ω_p , ω_h はそれぞれプラズマ周波数と高域混成周波数 (Upper hybrid frequency) である。(22)式より $\omega = \omega_p$ のとき $V_p = c$ であり、 $\omega = \omega_h$ のとき $V_p = 0$ となるので、位相速度が光速よりも遅くなる X 波の周波数の範囲は

$$\omega_p < \omega < \omega_h \quad (23)$$

となることがわかる。この周波数領域における縦電場成分 E_y と横電場成分 E_x の割合を知るために電場の偏極 $\eta = iE_x/E_y$ を計算し、さらに $\omega = \omega_p$ とおくと、 $|\eta| = |\omega_c/\omega_p|$ が得られる。ここで ω_c は電子のサイク

ロトロン周波数である。関係式 $|\omega_c| < |\omega_p|$ が成り立つとき $|\eta| < 1$, すなわち $|E_y| > |E_x|$ となる。また ω が共鳴周波数 ω_h へ近づくにつれ X 波の横電場成分は小さくなり、縦電場成分が大きくなる。しかし $|\omega_c| > |\omega_p|$ のとき $|\eta| > 1$, すなわち $|E_y| < |E_x|$ となり ω_p の周波数領域における X 波は横波的な楕円偏波となることがわかる。

5. ま と め

楕円偏波による $V_p \times B$ 加速を縦波あるいは横波による $V_p \times B$ 加速の機構をもとにして議論してきた。縦波では捕捉条件(6)式が成立しない場合でも、電子はポテンシャルの壁を乗り越える速度 V_{esc} の値まで加速される。一方、横波では静磁場と波の磁場によって磁気中性点が形成されない限り、波による電子の捕捉は起こらない。このような条件を考慮することにより、楕円偏波による電子の捕捉が図-3 と図-4 に示されるような四つの領域に分類することができた。また数値計算により電子の軌道を求め、各領域における電子の運動を明らかにした。電子の捕捉が起こらないとき、電子は波の後方に押し流され、正味のエネルギー増加はないことがわかった。

$V_p \times B$ 加速の特徴の一つは、波の伝播方向に対して垂直な方向に電子が加速されることである。波の伝播距離の増分 Δy に対する垂直方向の加速距離の増分 Δx の比 $\Delta y/\Delta x$ は

$$\Delta y/\Delta x \approx (\gamma_p^2 - 1)^{-1/2} \quad (24)$$

と与えられる。ただし、波に捕捉された電子の速度が $(v_x, v_y) = (c/\gamma_p, V_p)$ であると仮定した。もし $1 < \gamma_p < \sqrt{2}$ を満足するような位相速度の波を用いると $\Delta x > \Delta y$ となり波の伝播距離よりも電子の加速距離の方が長くなる。したがって幅の広い誘電体導波路が必要となり、さらに x 方向に平行で一樣な幅の波面をもつ電磁波を作らなければならない。逆に γ_p の値が大きければ $\Delta y \gg \Delta x$ となり、線形加速器に近くなる。また、平行平板誘電体導波路の代わりに同軸誘電体導波路を用いて、電子の加速方向を方位角方向にとる方法も考えられるが、これについては今後の課題となっている。

電子と電磁波のコヒーレントな相互作用を実現するための遅波機構として、誘電体、中性ガス、プラズマについて検討した。誘電体や中性ガスでは強電場による媒質の破壊や部分的なイオン化が問題となる。文献(17)によると誘電媒質の破壊限界は、波長 1 cm の電磁波では 1 GV/m 程度であると示されている。より耐久性と信頼性の高い横波の遅波機構についての研究が望

まれる。

完全電離気体であるプラズマでは、誘電体や中性ガスのように媒質の破壊や部分的なイオン化は心配する必要がない。静磁場を印加したプラズマ内では多くのプラズマ波が存在する。波の位相速度が光速よりも遅く、しかも電場が楕円偏極している波として、ここでは X 波を扱った。横波のモードで静磁場に垂直に伝播するのは磁気音波 (Magnetosonic Wave) である。プラズマ中に強い X 波や磁気音波を励起することによって $V_p \times B$ 加速を実験的に検証できる可能性がある。

また宇宙空間に目を向けると、ほとんどがプラズマ状態にあり、星間磁場の存在により実験室プラズマと同様に多くのプラズマ波が存在している。このような波と荷電粒子のコヒーレントな相互作用によって高エネルギー粒子が生成されている可能性がある。 $V_p \times B$ 加速の機構も宇宙空間における高エネルギー粒子の生成機構の一つとして考えられる。今後の研究に期待したい。

この研究は名古屋大学プラズマ研究所の共同研究計画のもとで行われたことを付記する。

付録 速度 V_p で伝播する波へのローレンツ変換

電子が波の位相速度 V_p と同じくらいの速度で運動するとき、波に乗った座標系において電子の運動を解析することができる。ローレンツ変換によって実験室系での運動をあらわす各変数 (小文字) は、波に乗った座標系における各変数 (大文字) と次式のように対応づけられる。

$$x = X, y = \gamma_p(Y + V_p T) \quad (\text{A.1})$$

$$v_x = V_x(dT/dt), v_y = \gamma_p(V_y + V_p)(dT/dt) \quad (\text{A.2})$$

$$t = \gamma_p(T + V_p Y/c^2) \quad (\text{A.3})$$

$$\gamma = (dt/dT)\Gamma \quad (\text{A.4})$$

ただし $\gamma_p \equiv [1 - (V_p/c)^2]^{-1/2}$, $\Gamma \equiv [1 - (V/c)^2]^{-1/2}$ である。電場と磁場は実験室系からみた値を用いる。(A.2)と(A.4)式より

$$\gamma v_x = \Gamma V_x, \gamma v_y = \gamma_p \Gamma (V_y + V_p) \quad (\text{A.5})$$

が得られる。また、(A.3)式の両辺を T について微分し(A.4)式に代入すると

$$\gamma = (\gamma_p + V_p V_y/c^2)\Gamma \quad (\text{A.6})$$

となる。この式と(A.2)式の v_x を(1.2)式に代入すると

$$\gamma_p(d\Gamma/dT) + (V_p/c^2)(\Gamma V_y/dT) = -eV_x E_x \quad (\text{A.7})$$

(A.5)式を(1)式に代入し(A.7)式を用いて $d\Gamma/dT$ を

消去すると、波の座標系における電子の運動方程式を得る。

References

- 1) R. Sugihara and Y. Midzuno: Non-Stochastic Heating of Magnetized Plasma by Electromagnetic Wave, J. Phys. Soc. Jpn., **47**, 1290 (1979).
- 2) J.M. Dawson, V.K. Decyk, R.W. Huff, I. Jechart, T. Katsouleas, J.N. Leboeuf, B. Lembege, R.M. Martinez, Y. Ohsawa and S.T. Ratliff: Damping of Large-Amplitude Plasma Waves Propagating Perpendicular to the Magnetic Field, Phys. Rev. Lett., **50**, 1455 (1983).
- 3) B. Lembege, S.T. Ratliff, J.M. Dawson, and Y. Ohsawa: Ion Heating and Acceleration by Strong Magnetosonic Waves, Phys. Rev. Lett., **51**, 264 (1983).
- 4) T. Katsouleas and J.M. Dawson: Unlimited Electron Acceleration in Laser-Driven Plasma Waves, Phys. Rev. Lett., **51**, 392 (1983).
- 5) R. Sugihara, S. Takeuchi, K. Sakai and M. Matsumoto: dc Acceleration of Charged Particles by an Electrostatic Wave Propagating Obliquely to a Magnetic Field, Phys. Rev. Lett., **52**, 1500 (1984).
- 6) K. Sakai, S. Takeuchi, M. Matsumoto and R. Sugihara: Relativistic $V_p \times B$ Acceleration of Charged Particles by an Obliquely Propagating Electrostatic Wave, Institute of Plasma Physics, Nagoya University, Research Report, No. IPPJ-680 (1984).
- 7) B. Lembege and J.M. Dawson: Plasma Heating and Acceleration by Strong Magnetosonic Waves Propagating Obliquely to a Magnetostatic Field, Phys. Rev. Lett., **53**, 1053 (1984).
- 8) H. Ohsawa: Strong Ion Acceleration by a Collisionless Magnetosonic Shock Wave Propagating Perpendicularly to a Magnetic Field, Phys. Fluids, **28**, 2130 (1985).
- 9) Nishida, M. Yoshizumi and R. Sugihara: New Acceleration Mechanism of Electrons by an Electromagnetic Wave in a Weakly Magnetized Plasma, Phys. Lett., **105A**, 6, 300 (1984).
- 10) Nishida, M. Yoshizumi and R. Sugihara: Electron Acceleration by Electromagnetic Waves in a Weakly Magnetized Inhomogeneous Plasma, Phys. Fluids, **28**, 1574 (1985).
- 11) S. Takeuchi, K. Sakai, M. Matsumoto and R. Sugihara: Unlimited Acceleration of Charged Particles by an Electromagnetic Wave with a Purely Transverse Electric Field, Phys. Lett., **A**, **122**, 257 (1987).
- 12) S. Takeuchi, K. Sakai, M. Matsumoto and R. Sugihara: A TE-mode Accelerator, IEEE, Plasma Sci., **PS-15**, 251 (1987).
- 13) B.M. Bolotovskii: Theory of Cerenkov Radiation (III), Usp. Fiz. Nauk, **75**, 295 (1961); also, Sov. Phys. -Usp., **4**, 781 (1962).
- 14) 竹内, 坂井, 松本, 杉原: 静磁場に垂直に伝播する横波による荷電粒子の $V_p \times B_0$ 加速, 山梨大学工学部研究報告, **36**, 113 (1985).

-
- 15) 竹内, 坂井, 松本, 杉原: 静磁場に垂直に設置された平行平板誘電体導波路内を伝播する電磁波による荷電粒子の加速, 山梨大学工学部研究報告, **37**, 97 (1986).
- 16) K. Shimoda: Proposal for an Electron Accelerator Using an Optical Maser, *Appl. Opt.*, **1**, 33 (1962).
- 17) R.B. Palmer: Near Field Accelerators, *AIP Conf. Proc.* No. 91, ed. P.J. Channel, New York, AIP, p. 179 (1982).
-