

確率判断における情報の取り込みについて

On importing information into probabilistic judgements

中 村 宗 敬*

NAKAMURA Munetaka

要約：素朴な判断に反するような確率に関わるさまざまな困難性が多く知られているが、その中でも代表的でよく知られているモンティ・ホール問題を取り扱う。この問題を回答者から見たショーの司会者であるモンティ・ホールの行動意図、という側面から考察し、新しい一つの解を提示する。その後、筆者が行っている講義の一つである「確率的見方」の受講者が、それをどのように受容したのかについて報告する。最後にそれらを総合して、現実の確率的な判断において情報をどのように取り入れてそれを形成するのかについて論じる。

キーワード：確率判断，条件付き確率，主観確率

1 はじめに

素朴な判断に反するような確率に関わるさまざまな困難性が多く知られているが、その中でも条件付き確率に関わるものが数多くあり、特に有名なものとして（これは筆者が勝手に名前を付けたものであるが、）タクシーひき逃げ犯判定問題がある（[1]）。本論とはあまり関係ないので問題の詳細はここでは省略するが、ここではそうした確率判断の際に情報が新たに入るとそれに幻惑されてしまい、正しい結果とは逆方向に振られてしまう人間のバイアスが示されている面白い問題である。

こうした過ちを犯す類の代表的な問題としては、さらに有名なモンティ・ホール問題があげられる（[2]）。モンティ・ホールというのは人名でありアメリカのテレビ番組の司会をつとめていた人なのだが、彼の番組における一つのショーでの、モンティ・ホールとショー出場者である回答者に関わる出来事に起因する問題である。問題そのものの紹介については後述するが、これももちろん確率に関するもので素朴に想像する解とまったく違う解が数学的（、あるいは鋭い人ならば直観的なみごと）な考察の上に浮かび上がってくるのである。

これは筆者の知りうる限り、Selvinが最初に取り上げ現在知られている解を提示したようである（[3], [4]）。その後この問題を有名にしたのは、P.Erdős（[7]）やvos Savant（[5]）によってであろう。その経緯は本論とは無関係なので省略する。

さて、本小論ではこのモンティ・ホール問題を、回答者がモンティ・ホールの行動意図を推察するという立場から一つの解答を提示する。これは非常に奇異な解答に思えるのだが、他の人にどのように受容されるか、あるいは受容されないについての報告を行う。その状況を調べる対象にしたのは、筆者が本学で行っている「確率的見方」の受講者たちである。ただし、後でも書くが、部分的なもの、一回限りのもので受講者の理解の把握程度として調べたものであり、必ずしも良い確定的な結果を得ているわけではないことをことわっておく。

* 教育学域 人間科学系

2 モンティ・ホール問題

さて、肝心のモンティ・ホール問題について紹介しておかなければならない。さまざまな形があるが、後の便宜のため、ここでは上述の「確率的見方」で配った資料とほぼ同じものを提示しておく。次の通りである。

問題 (けっこう有名なモンティ・ホール問題) あなたはテレビのショーに出ている、目の前には3つの区別のつかない扉①、②、③がある。1つの扉の裏には自動車があり、残り2つの扉の裏にはヤギがいる。当然のことながら、扉の裏は見えない。司会者にどれか一つの扉を選ぶように言われ、あなたは①を選んだ。その後、司会者は「残り2つのうちの1つを開けてみましょう。」と言っておもむろに②を開けた。扉の裏にはヤギがいた。その後、司会者はさらにこう続けた。「自動車はまだ開けてない①か③の2つのうちのどちらかの裏にあることになりますね。あなたが選んだ①から変えてもかまいませんが、どうしますか。」あなたはヤギではなく自動車がほしい。さて、あなたは選んだ扉①をかえるべきか。

実は状況説明の絵があり、それもここに付した方がよかったのだが、学生向けということもありここではあまりふさわしくないと考え削除している。ついでに蛇足ながら、ヤギはほしくない、自動車がほしい、というのは番組放映当時(1960年代)の価値観を表して、時代の推移を見て取れて興味深い。

この答えとして、比較的良好に知られているもの2つを紹介した([6])。

1. かえずに①のまましていると自動車の確率は $1/3$ 、かえて③にすると確率は $2/3$ になるので、当然のことながらかえた方がよい。
2. ①も③もどちらも自動車の確率は $1/2$ である。かえても、かえなくてもどちらでもよい。

解答の詳細については、例えば、[6]を参照されたいが、後の議論に関わるので、モンティ・ホールがどのように行動したかについて記しておく。異なる答えに出ているので、当然のことながらそれに至るまでの行動様式が異なる。まず、1では①が自動車の扉の場合は、②、③のうち一つをでたらめに選んで開け、③が自動車の扉の場合は②を開ける。一方、2では、自動車の扉であろうと、ヤギの扉であろうとそれとは無関係に、②、③のうち一つをでたらめに選んで開ける。1がSelvin, vos Savantの解であり、2は $1/2$ ということでErdősに通じるものがあるが、(Er)からはそれは判然としない。要するに、1ではでたらめか必然かで結果的に②を開けたことになり、自動車の扉が③である比重が高まったということであり、でたらめに徹底している分、2では確率が変化しない。また、これは注意しておくべきことであるが、2の場合には、自動車の扉を開けてしまう可能性もあったのであり、実際にそうでなかったのは偶然の結果にすぎない、ということである。

なお授業では、「情報の迷宮」と銘打ってこのモンティ・ホールに取りかかる前の準備として、高校教科書程度の「不良品問題」、「病原菌問題」を取り上げている。前者は条件付き確率の入門的なものであり、後者は[1]の「タクシーひき逃げ犯問題」と等価である。

3 筆者の答え

ここも後々の便宜のために、長くなるが授業での提示を書いておく。

[以下が提示解答]

2つ（注1：第2節の1, 2の2つの答え）を見比べると、1を自然に感じる人が多いようである（注2：これは授業での受講者の反応に基づいている）。ショーでもったいぶっておきながら、車の扉を開けてしまうのは不自然だからである。だが、2は、実際には起こらなかったが、ヤギの扉以外をモンティが開ける可能性があったのだと可能世界をより広く想定しているのが優れている（と私、中村は考える）。実際、前に扱った不良品問題では不良品でないこともありえたとし、病原菌問題でも陰性の結果もありえたのである。さらによく考えてみると、ありえたどころかそれの方が普通に起こりうることであり、両方ともごく特殊な珍しい出来事に出くわしていたのである。

いずれにしても、実際の状況は説明できているので、どちらが正しいか迷うところである。しかし、ここで立ち止まって考えてみよう。そもそも正しい答えはあるのだろうか。正しい答えとはなんだろう。“正しい答え”とは、おそらく

モンティの行動意図に基づいて、それに合うようにあなたにとって最大の利益が得られるような判断である。

ところが、当たり前のことだが、あなたにはモンティの行動意図は知る由もない。ということは、“正しい答え”はないのではないか。あなたは答えのない迷宮に引き入れられてしまったのだろう。

そうは言っても、あなたは変えるか変えないかの判断を迫られている。上ではモンティの意図として2つをあげたが、他にどのようなことが考えられるだろうか。そのうち、最も状況をよく説明できているものが“正しい答え”とはいえないまでも、その候補になりうる。

モンティはあなたをどう見たのか（注3：新しい小節に入っている）

それに進む前に、別のことが気になる。2で確率は同じなのに、「扉を変えない」という人が多かった（注4：これも受講者の反応から）。これはなぜなのか。確率が同じなのだから、変えるという人が半数程度いてもおかしくはないのだが、そうはならないようである。たぶん、自分が選んだ①でヤギを見るよりも、変えた③でヤギを見る方ががっかりする度合いが高いと感じるからだろう。これは普通の人の自然な感覚ではないだろうか。

（中略。ここでバイアスに関する若干の説明を入れた）

さて、もとの問題に戻って、1, 2はあらかじめ定められた事前の「きまり」にのっとって行動しただけのように見える。ことばをかえるとモンティは操り人形のように、人間的な行動をしていないように思える。それでは「人間的」とはどういうことか。モンティも人の子、もっと単純に、「あなた」の人柄を見てこのような突飛なことをしたのだと想像するのである。そこで到達したのが次の推測であるが、「あなた」は少数派であって、これらにあてはまらない人の方がはるかに多いだろう。

（注5：次の3, 4は第2節の1, 2に続いてのものという意味である）

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">3. モンティは「あなた」を好ましく思った。それなのに ① というヤギの扉を選んだ。車を当てさせたいとモンティは思う。そこで、ヤギの ② をあげ、車である ③ にかえさせようとしている。4. モンティは「あなた」を嫌った。それなのに①という車の扉を選んだ。車を当てさせたくないというモンティは思う。そこで、ヤギの②をあげ、やはりヤギである③にかえさせようとしている。 |
|--|

さて、せつかくの考えだが、残念ながらバイアスによって、モンティの思うとおりに「あなた」

は行動しないだろう。両方ともモンティは扉をかえさせようとしているが、「あなた」はバイアスにより扉をかえないという皮肉な結果に終わる。

さらなる人間モンティを考える（注6：さら新しい小節に入る）

しかしながら、粘ってもう少し考えてみよう。まず、3について。機転のきく人ならば1のように考えて扉をかえるかもしれないが、このような人は少ないだろう。したがって、好ましく思う人を結果的に裏切るようなことが多くなる。これを見越してモンティは3捨てるだろう。好ましい人を裏切る形になるのは、番組の評判にも悪い影響を与える。

4はどうだろう。モンティはなぜ「あなた」を嫌いになったのか。「あなた」が実際裕福でありそれを自慢げに話し、かつ頭が良さそうにふるまっていたとしたら、どうだろうか。それが鼻について嫌ったのではないか。裕福な人間に車を与える必要はない。かつ、頭が良い、というかモンティは小賢しいと感じているのだろうが、それが扉をかえるような小細工をする人間だとモンティに見込まれて、扉をかえるように画策されたのである。

実際にモンティの思惑通り行動してしまったら、「あなた」にとっては車からヤギへの大失望感を味わうひどい経験になるが、逆にそこに一種のカタルシスをモンティ自身が感じるとともに、視聴者も同様に感じる。数は少ないだろうが、時折この種のトリックを混ぜ込み、それが成功すれば視聴者受けはよくなる。モンティと番組にとっては、裏切りのプーイングに勝る利益があるのではないだろうか。そこで4を少々修正して次のようにする。

4. 「あなた」が裕福で小賢しく見えて、モンティは「あなた」を嫌った。たぶん多くの視聴者もそうだろう。それなのに1という車の扉を選んだ。しかしながら、車を当てさせたくないモンティは思う。そこで、ヤギの2をあけ、やはりヤギである3にかえさせようとしている。

「あなた」はモンティに嫌われてしまったごく少数の特殊な人である。上のモンティの思惑からすると扉をかえない方がよい。

さて、この私(中村)の考えについてどう思うだろう。

[以上]

上述の文章中の断定的な口調は、可能性が高いという意味である。それでも、きわめて主観的な憶測の連続ではある。かつ、実際にモンティ・ホールに嫌われたとの実感がまければ成立しえない判断だろう。しかし、モンティ・ホールがヤギの扉を開け、扉をかえるかどうか問いかけたという事実に基づくと、推論の道筋の蓋然性は高い。客観的な事実はモンティ・ホールの問いかけ以外には存在せず、その他の真偽の判断は不可能であるから、主観(憶測)の中でも客観的な傾向性を判断して確率的な判断を下すことになる。

4 受講者の反応

筆者の行っている授業である「確率的見方」は共通科目であり、教育、医学部、工学部、生命環境の全学部の学生が受けられる授業である。シラバスで数学をあまり使わない旨を謳っているためか、数学を苦手としている者も少なからずいるが、授業開始時に尋ねたアンケートによると、数学

が苦手ではあっても確率は好きであるという答えが多かった。意欲をもって授業選択をしている点は評価している。

さて、その受講者たちにモンティ・ホール問題を提示した直後に次の質問をした。なお、授業はZoomで行ったため、チャットで質問を送信し、回答はその返信である。

まず、問題の第一印象を大切にショーの出演者の「あなた」になったつもりで、次の問いに答えてほしい。Q2, Q3 の回答は自由記述とする。

Q1. あなたは扉を③に変えますか。次のどちらかを選んでください。

A 変えない ……①のまま

B 変える ……③に変える

Q2. Q1 に続いての問いです。

Q1 で A と答えた人に：なぜ扉を変えないのですか。

Q1 で B と答えた人に：本当にそれでよいでしょうか。

以上が質問内容である。Q1 に対しては、A と答えた者 51 人、B と答えた者 38 人であった。Q2 の A の理由については、扉を変えると確率が $2/3$ に上がる、というものが多かった。B の理由については、20 人程度が「変えて後悔したくない」と解釈できるものであったが、もう少し緩く判断するとほぼ全員がこれと同種と見なせた（実際、授業時に「後悔したくないから変えないのではないか」と口頭で尋ねても、何の反論もなかった）。

ここで少々意外に感じたのは、Q1 の A の回答が多かったことであり、Q2 でも明確にその理由を述べていることであった。なぜ意外に感じたかということ、以前は B が多かったからである。高校では 2013 より実施されている学習指導要領において、条件付き確率が新しく数学 A に導入されればほぼ全生徒が条件付き確率を学習しており、モンティ・ホール問題そのものも取り上げている教科書があることがあげられるのではないかと考えている。実際「高校のときに変えた方がよいと習ったような気がする」という答えもあった。さらに付言するならば、モンティ・ホール問題そのものの一般的認知も高まってきたこともあるだろう。検索すると、解説サイト、解説動画の類が多く見つかる。ただし、その多くは第 2 節の 1, Selvin, vos Savant の答えを正しいとしているものがほとんどである。

このような受講者の状況を考えると、正しいと思っている答えを持っている者が、突然、非常に奇異な筆者の答えを突き付けられて、どのように反応するのだろうか。そこで、詳しい反応を知りたかったのであるが、授業中にきいてチャット応答で済ませるのは不相当と考え、しばらく期間を設けて課題として設定した。チャットでは条件反射的な答えしか返ってこず、かつ短時間で回答するため文章の意味が取れないものが多いからである。ただし、課題といってもこれは強制ではなく、任意提出とした。

2 週間の期限を設けてそのうちに提出のあった者は 22 人であった。どれも要領よく書いてくれていて感謝しているが、そのうちいくつかを記録しておく（そのままでは支障があるので、意味をそのままにして改編、要約を適宜施している）。

1. モンティの印象や相手の性格によって確率が変わるかもしれないということはその通りだと感じた。高校で習ったような確率と違い、様々な要因によって結果が変わるものの確率を求めることは複雑だ。

2. ①の扉を選んでモンティが②の扉を開けるというような一見同じ状況でありながら、モンティの持つ情報や感情によって、様々な確率が変わり得るとするのが興味深い。
3. このモンティ・ホール問題については知識として知ってはいたが、「モンティ側の行動」によって確率が変わるのは知らなかったので面白かった。感情というものをどう扱うかといった問題や、それは本当に信用できるものになっているのかなど、不安な点も多い。その一方で人間にとって重要な感情を除外して考えたものの実用性はどれくらいあるのだろうと思い直された。
4. 1意見の方がより自然で納得がいき、もし3つより多い数の扉から車を選ぶとなったときには、1の意見を参考にした方が賢明だと感じた。
5. この考えに対して反対する。嫌われたという人の考えが絡まろうが確率的には変わらず、チェンジしたほうが三分の二になるため、変えた方がいいと思う。

概していうと、1～3のように筆者の回答に対する肯定的意見、あるいはそれから発展した考えのものが多かったが、これは任意回答にしたためであろうか。筆者としては少々意外に受け取った。従来の考えと照らし合わせて柔軟に考えているところを評価したい。もちろん、4、5のような反対、反発する意見もあった。筆者の解答を理解してくれているのかどうかということも問題点とあげられるが、これはこれで評価したい（本音を言えば、こうした学生とじっくり話してみたいところである）。

5 おわりに

最後にまとめとして2点について述べる。

まず、前節の結果を見ると概して筆者の意見に好意的であったが、前節の最後にも記したように受講者のどれほどがそれを理解してくれたかが気にかかる。図等を用いてももう少し簡明にまとめることができるか試みる必要があるだろう。

次に受講者に対する調査の方法である。これは筆者がこの種の調査に不慣れな面もあり、不完全であったとの感がぬぐえない。選択式の回答はチャットが便利でよいのだが、記述まで求めるとなると一考を要する。課題の形で回答してくれた受講者が、全体の1/4にも満たないことを考えると、もう少し強制力を持たせたものも考えてみる必要がある。受講者の過度の負担にならないように注意しつつのことではある。

参考文献

1. D. Kahneman, P. Slovic, A. Tversky, Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases, Cambridge University Press, 1982.
2. J. Rosenhouse, The Monty Hall Problem: The Remarkable Story of Math's Most Contentious Brain Teaser, Oxford University Press, 2009
3. S. Selvin, "A problem in probability (letter to the editor)". The American Statistician. 29 (1): 67–71, 1975.
4. S. Selvin, Steve (August 1975b). "On the Monty Hall problem (letter to the editor)". The American Statistician. 29 (3), 134.
5. M. vos Savant, [1990–1991]. "Game Show Problem". Parade,

URL:<https://web.archive.org/web/20120429013941/http://marilynvossavant.com/game-show-problem/>

6. P. Gorroochurn, 野間口謙太郎 (翻訳), 確率は迷う: 道標となった古典的な33の問題, 共立出版, 2018.

7. P. ホフマン, 放浪の天才数学者 エルデシュ, 平石律子訳 草思社, 2000