工業高校における専門教育の分析
－ＳＴＥＡＭ教育の高大接続教育内容の視点より－

Analysis of Special Education on Technical High School
—From View Point of Education Content for Connecting High School to University on STEAM Education—

林　　丈　晴*　　上　里　正　男**
HAYASHI Takeharu　　UESATO Masao

要約：工業高校における専門教育の歴史とその教育内容を分析した結果、甲種工業学校や工業高校では中堅技術者の養成の期待がかけられてきたが、現在では、決められた作業手順を教育目標とした技能教育が主流となってきた問題と、完成教育の中で中堅技術者を養成するのが困難になってきた問題が明らかになった。そして、これらの問題との関連において、今日の工業高校と大学工学系の高大接続における教育内容の課題を論じ、特に現代的課題であるSTEAM教育の高大接続教育内容の視点より、工業高校の専門性である「設計」に関して、工業高校機械科と大学工学部機械工学科におけるその科学の基礎である「曲げを受けるはり」の教育内容を分析して、その設計の科学的概念をどのように捉えているかを明らかにした。その結果、工業高校では、「曲げを受けるはり」において各断面の断面二次モーメントや断面係数を公式として扱っていたが、大学ではこれらがどのように導かれるかが教育内容となっていた。また、工業高校において、これらの公式の導出を教育内容として含める場合、高度な物理・数学が必要となるので、上構型学校教育体系の枠組みとしての工業高校の教育内容の範疇に収まらず、それを再構築する必要性が明確になった。

キーワード：工業高校　専門教育　高大接続　STEAM教育

１．はじめに

工業高校は、1960年まで中堅技術者の養成という目標を達成してきたが、60年代後半以降では技能工の養成が中心となり、その目標を達成できなくなった(1)。

本研究では、中堅技術者の養成を目標としてきた工業高校における専門教育の歴史と、そこでの教育内容を分析し、問題点を明らかにする。そして、今日の工業高校と大学工学系の高大接続における教育内容の課題、特に現代的課題であるSTEAM教育との関連の問題を論じ、STEAM教育の高大接続教育内容の視点より工業高校における専門教育の在り方を再検討する。

２．工業学校および工業高校の専門教育の歴史とその課題

２．１　工業学校および工業高校の教育内容の変遷と問題

戦前の工業学校には乙種と甲種があった。乙種は主に一般の職工の養成を目的としてきたが、現

* 科学文化教育講座
** 山梨大学名誉教授

在の工業高校の前身は、甲種工業学校であった。その甲種工業学校は、「中等工業教育の目標は、・・・一般職工とは段の違う中堅技術者の養成にあると思ふ。・・・中等工業卒業生は工場に入って一般の職工と一緒にいるが、・・・・作業の十分な理解の上にたって、監督し改善する役割を受け持つものであると考へる。・・・甲種程度工業校出は、前途の通り技手として待遇し、工場に於ける中堅的の立場におきたい」（正木良一「中等工業教育私見」『実業教育』第五巻第一号〔一九四三〕一八～一九頁）といった三菱電機の技師長である正木良一の論調(2)のように、甲種工業学校出身者には、中堅技術者として工場に入ることが期待されていた。

しかし、1930年に設置した臨時産業合理局における生産管理委員会の答申（1938年）では、商工省が産業合理化のために、「甲種工業学校の教育内容は、大学の専門科目の縮図のような編成になっているので、生徒は理解することができない。その結果いたずらに間口の広い、浅薄な知識を漠然とつめこむだけで終わっている」という指摘があった(3)。1930年から1950年の間、「卒業生は技術者として頭脳が貧弱であり、工員としては実技が不足」（倉橋藤次郎『実業教育論』（工業図書株式会社）〔一九四四〕一六一頁））や「甲種出のものは・・・設計には不足している」（「職工養成座談会」（『産業と教育』編集部〔一九三七b〕四五頁）での横河電機株式会社の東留一の発言）など、当時の文献にはこうした甲種工業学校への批判が多く見られる(4)。

このように甲種工業学校の教育では、設計に関する知識も実習能力も中途半端なものとなっていた。三菱重工業の司馬孝四郎（取締役会長）は、1936年に「実業教育改善ニ関スル意見書」の中で、「職工ハ設計ニアリテハ技師、技手ノ指導ノ下ニ製図ニ従事シ」と職工は製図については技師、技手の指導の下で製図を行うとした上で、甲種工業学校の位置づけについては「卒業後工場ニ入リ五ヶ年以上職工トシテ実務ヲ習得ノ上技手トナル」と卒業後はまずは職工として工場に入ることを意図した案を示した(5)。上述の「設計に関する知識が不足」という批判からも、甲種工業学校の卒業生が受けた設計に関する科学的知識の教育内容と、高等専門教育を受けた「技師」や「技手」の教育内容のレベルに差異があるという課題があった。そして、「世間が中等工業学校に求めているのは、このような知識でなく実地の知識である（生産管理委員会の答申（1938年））」といった論調(6)や「工業学校は、甲種程度はやめて、乙種程度のものに」といったかつての徒弟学校への回帰を求めるといった論調(7)があった。

そして戦後、1960年代前半に進学率が上昇した影響で、中卒労働者が枯渇し、工業高校生が技能工・生産工程作業者へ流れ中堅技術者・技術員の養成が剥離した。この結果、工業高校における中堅技術者の養成機能が低下し(8)、1960年後半以降では、大学進学に有利な普通科志向により、工業高校生の学力が低下した。また、企業が専門能力よりも学力の高い普通科卒業生を求めることにより、工業高校の存在意義が低下した(9)。加えて1970年まで工業の専門科目は工学に沿う形で行われていたが、総単位数の削減によって「薄っぺらなカタログ的知識」になった(10)。戦前の甲種工業学校出ですら「間口の広い、浅薄な知識」しか有さないといわれていたが、これに拍車をかけたことになる。そして1978年学習指導要領改訂では、工業の教育目標から「中堅の技術者の養成」と「工業技術の科学的根拠の理解」が削除された(11)。

以上のように甲種工業学校や工業高校には、絶えず中堅技術者養成の期待があった。その中堅技術者には、工業高校の専門性である<u>設計ではエネルギー変換に関連する力学を基盤とした科学的知識、機械製作では金属切削や金属の科学といったように、科学的概念に基づいた技術的知識が必要である。しかし、工業高校の座学は、大学の専門科目縮図のような編成となっており内容が希薄であり、設計に関する科学的知識が不足するものとなっている。実習能力でも同様の科学的知識不足の傾向がみられる。実地の知識や即戦力を重視する観点から、「切削速度や使用工具などについて作業手順に従った旋盤・フライス加工」</u>(12)<u>などの決められた作業手順を教育目標とし、技術に関する科</u>

学的知識や技術的知識の裏付けのない技能教育へ傾斜してきた。現在の産業の高度化により、中堅技術者に求められる科学技術の知識は1960年以前より高度化され、高校の完成教育の枠組みで中堅技術者を養成するのは難しくなっている。完成教育の中で養成された技能工は即戦力を求める企業のニーズに合う。しかし、これでは乙種工業学校と同等の教育内容になってしまい、存在意義が問題になる。

2．2 大学との接続を踏まえた工業高校の専門性とSTEAM教育の関係

大学では、歴史的に科学的概念の獲得が重視されてきた。上構型学校教育[13]では、生活・実学的知識が重視される傾向があり、科学的概念の獲得はあまり重視されない。近年の産業の高度化における科学技術の知識は、高度な科学によって裏付けることによって獲得が可能になる。従って、大学における科学重視の意義は大きい。

工学では、現在Science、Technology、Engineering、Arts、Mathematicsとの関連からSTEAMと呼ばれる現代的課題があるが、その歴史では、Tに関しては、中世では、技能が親方から弟子へと伝承されていた[14]が、『百科全書』(1751-1772)と呼ばれる啓蒙書において技能の類似が知識化されることになった。そこでは、「知識の技術化」と「技術の知識化」が試みられ、その「知識」とは、「科学」と後に呼ぶことができるようになる種類の知識であった[15]。その後、数学や物理との関連しながら、テクノロジー（T）が現れた。そして、数学（M）や物理（S）との関連がより密接になっていき近代化しエンジニアリング（E）へと発展し、STEMが誕生した。現代では、STEMのEが教養Aと結合しSTEAMへと発展してきている。

ここで、Eである工学の科学的概念は何であるかが問題になる。工学の一領域であり、工学の歴史では源流の一つである機械工学の科学的概念は、『機械工学分野の展望』[16]で以下のように説明されている。(傍線筆者)

『人と社会を支える機械工学に向けて』[17]によれば、機械工学は、材料力学、熱力学、流体力学、機械力学の４力学を中心とした分析（アナリシス）に重点が置かれた縦糸としての学術コアと、設計工学、生産工学、制御工学など設計・生産を中心にした統合（シンセシス）に重点が置かれた横糸としての学術コアとが織りなすディシプリンに、エネルギー、輸送、資源、環境、医療福祉などの多彩な応用技術（人工物の科学）に関わる工学知を組み上げげた、特異な立体構造を有する知の体系である。

(省略)

機械工学におけるアナリシスの学術基盤は、分析の対象の本質に迫る力学体系により構成されているのが特徴である。例えば、固体の変形と破壊に関わる現象を扱う材料力学は、交通機器やエネルギー機器をはじめとして全ての機械の設計・製造や運用・保守などのための基盤学術であり、社会の安心・安全の向上に貢献する。

※『人と社会を支える機械工学に向けて』[17]の(17)は本文の通し番号であり原文とは異なる。

このように、工学では、工学の源流以来、力学を用いて対象物の分析を行って、その分析結果を用いた総合（設計）がされてきた。機械はエネルギーが入力され、それをエネルギー変換してエネルギー（動力）伝達し有用な仕事（出力）をするが、機械全体のエネルギー効率を上げるということを具体化する作業が設計であり、機械工学の教育目的である。そして機械工学は、この機械全体の入力と出力における「エネルギー変換の効率」の科学である。すなわち、エネルギー変換、エネルギー（動力）伝達、エネルギーの貯蔵、エネルギーの輸送等におけるメカニズムと効率の科学と

いえる。そして、エネルギー変換では、熱力学、流体力学がその科学となるし、エネルギー（動力）伝達では機械力学や古典力学がその科学となる。また、エネルギー（動力）の伝達に伴って機械を構成する機械要素に発生する力からその形状や寸法、材料を検討するが、この科学は材料力学ある。そして、近代工学では、機械工学の源流以来の「エネルギー変換の効率」の科学は、他の工学領域への発展とともに、電動・発電・送電の効率の科学である電気工学、より効果的な電気の使い方をするため科学である電子・情報工学も追加されてきた。

これら機械工学における科学、即ち熱力学、流体力学、機械力学、材料力学のベースは物理学における熱力学や古典力学やおよびこれらの学問と関連する数学である。このように「エネルギー変換の効率」の科学である機械工学は、エネルギーの形態から自然現象を明らかにする学問（＝物理）やそのベースとなる数学と密接に関連する。従って、「エネルギー変換の効率」の科学である機械工学を源流とする工学では、STEAMとの関連が現代的課題となる。

このSTEAMにおいて、工学の成立に影響を与えた自然科学と工学との関連では、例えば、リンゴが落下する自然現象の分析からニュートン力学を生み出され（分析・機能法）、ニュートン力学は、総合・演繹法⇔分析・機能法の繰り返しにより、相対性理論へと発展してきた。このように、分析（機能法）、総合（演繹法）の繰り返しによって、普遍的な法則にたどり着く。以上より、分析により帰納的に得られた自然法則（総合）が自然科学としての科学的概念であるといえ、工学では、総合（設計）のために分析の対象の本質に迫る科学が工学としての科学的概念であるといえる。そして、大学の工学教育では、技術に関する科学的概念（＝設計のための分析の対象の本質に迫る科学）の獲得が重視される。

高校はこのような大学の工学教育に接続する教育内容となっているだろうか。この教育内容は、『機械工学分野の展望』(18) では以下のように特徴づけられている。

> 高等学校における理科教育に関しては、自然探求コースや自然探求科の設置、あるいはスーパーサイエンスハイスクールにおける数々の取組みなど、様々な新しい試みが行われていることは望ましいことであるが、その多くが生物系・化学系に限られているのは適切でない。普通高校に技術や工学に関する教科がない事実は、科学技術創造立国として我が国が国造りを進める上で大きな問題である。したがって、さらなる予算措置に加えて、学習指導要領の内容や教員養成のあり方にも見直しが必要である。また、科学・技術教育をスーパーサイエンスハイスクールのみに留めることなく、「技術」や「工学的素養」を育む視点に立った「スーパーテクノロジーハイスクール」を、全国に普及させるなどの施策が必要である。機械工学関係者は、これらの施策を支持し、高等学校における教育支援により積極的に関与すべきである。

以上のように、大学の工学部に接続する教育内容は、現状では普通高校にはない。工業高校でも、技術に関する教育内容はあるが、上述の通り、現在の工業高校の専門科目は、大学の専門科目の科学的概念を除いた形の大学等の縮図のような編成であり、設計のための科学を基盤とした技術的知識が軽視されていて、科学的概念を重視する大学に接続できる教育内容にはなっていない。進学を意図して設立された科学技術高校で行われる専門教育の構想は、旧来の工業高校の延長であるために、その教育内容は新しい工業の領域（ナノテクなど）を旧来型の職業教育の一領域とする発想であり、科学的概念を重視する大学に接続できるものとなっていない。

現在の高校は、学校教育体系としてはエリート教育である下構型教育でなく、大衆教育である上構型教育が望ましいとされるので、科学的概念を重視する教育内容は採用されない傾向がある。しかし、工業高校の教育内容が上構型学校教育体系の枠組みで科学的概念を重視したものへと再構築

されることによって、このような高大接続を考えた高校教育になりうる。また、普通科にはその技術に関する教育内容の基礎がないが工業高校にはそれがあるため、このことによって工業高校の存在意義を再構築させることができる。従って、技術に関する科学的概念（＝設計のための分析の対象の本質に迫る科学）の基礎が工業高校の新しい専門性である。このために、上構型教育の枠組みにおいて技術に関する科学的概念を教育目標とした教育内容を開発する必要がある。

その教育内容の開発には、工業高校の専門性としての技術に関する科学的概念（＝設計のための分析の対象の本質に迫る科学）の基礎とは何かと、現代的課題であるSTEAM教育との関係は何かという課題がある。

ここで、工業高校の専門性である設計とSTEAM教育との関係において、現状の工業高校機械科の設計としての教科書の「豆ジャッキ」の設計例における問題点を検討する。豆ジャッキの設計では、エネルギー変換は力学的エネルギーである動力の伝達である。豆ジャッキでは、入力側の力はハンドルを回す人間の力学的な力であり、出力側の力は豆ジャッキの押し上げ荷重である。この設計は、ハンドル棒とねじ棒の設計に大別される。ハンドル部の設計では、押し上げ荷重などの仕様からねじの形状、材料を仮決定して、効率を算出した後、ハンドルの長さを仮決定して、ハンドルにかける力を求める。この力によるトルクが直接的にハンドルに生じる曲げモーメントとなる。このハンドルの材料を仮決定して、「曲げを受けるはり」でモデル化して、この曲げモーメントに耐えうるハンドルの太さを決める。このように力学的エネルギーである動力の伝達における設計では、古典力学や材料力学がエネルギー変換効率（＝設計）の科学となる。

STEAMとの関係から、この工業高校機械科の専門性としての設計の科学は、古典力学においては、力のつり合いから導かれる押し上げ荷重と入力側の力の関係であり、材料力学においては、人間がハンドルに加える入力側の力とハンドル部に生じる応力との関係である。従って、STEAM教育では、これらがどのように数学（M）・物理（S）の教育と関係するかが問題となる。

３．工業高校の教科書の分析

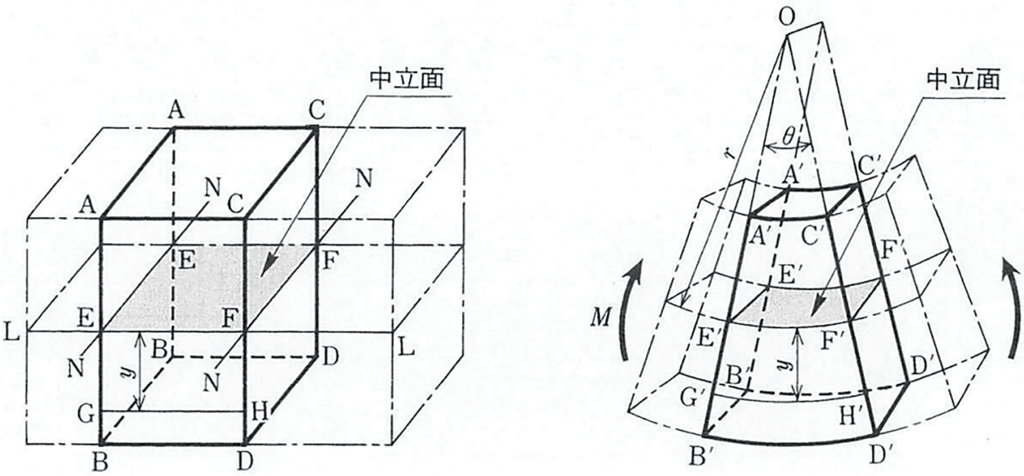
この章では、前章（2.2）の設計との関連から、多くの機械要素でモデル化され材料力学において重視される「曲げを受けるはり」についての工業高校における位置づけを明確にした上で、工業高校が設計の科学的概念をどのように捉えているかを、工業高校の教科書（機械設計１・実教出版）[19]の分析によって明らかにし、そこでの設計がどのように数学・物理と関係しているかを検討する。

３．１　曲げを受けるはりの位置づけ

現在の工業高校の基幹的な科である機械科の座学の科目に「機械設計」「機械工作」「原動機」などがある。上述の通り、設計はエネルギー効率を上げる作業の具体化で「機械設計」は特に重要である。機械の設計では、熱工学や流体工学を基礎としたエネルギー変換そのものだけでなく、材料力学を基礎とした機械におけるエネルギーの入出力のプロセスで機械要素に生じる力やモーメントに起因する負荷による強度計算がある。工業高校の専門科目である「機械設計」では、この後者の基礎として、古典物理における力学の基礎の学習後、板や棒の長さ方向に対して引張負荷を与える場合を例に応力とひずみの概念を学習する。次に、せん断応力とせん断ひずみ、許容応力の考え方等を学習する。次いで、これら学習した内容を基礎に「はり」の学習をする。はりは棒や板の長さ方向に対して、垂直に荷重を負荷するモデルを指す。このはりに生じる曲げモーメントとせん断力図を求める[20]。そして、様々な機械要素について「はり」を中心としたモデル化による設計法を学習する。

３．２　曲げを受けるはりの分析

①曲げを受けるはりでは、ひずみと曲げ応力が中立面からの距離に比例し、最上層または最下層の表皮に生じる圧縮または引張応力が最大となることを示している。以下はその抜粋[21]である。



(a)　　　　　　　　　　　　　　　　(b)

図１　はりの湾曲と中立面

図 (b) で、A`C`、E`F`、G`H`、B`D` とも曲げ応力を受ける前は同じ長さであり、角 θ は小さいので、同心円の円弧とみなされる。G`H` のひずみを ε とすると、

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{G`H`} - \mathrm{E`F`}}{\mathrm{E`F`}} = \frac{(r+y)\theta - r\theta}{r\theta} = \frac{y}{r}$$

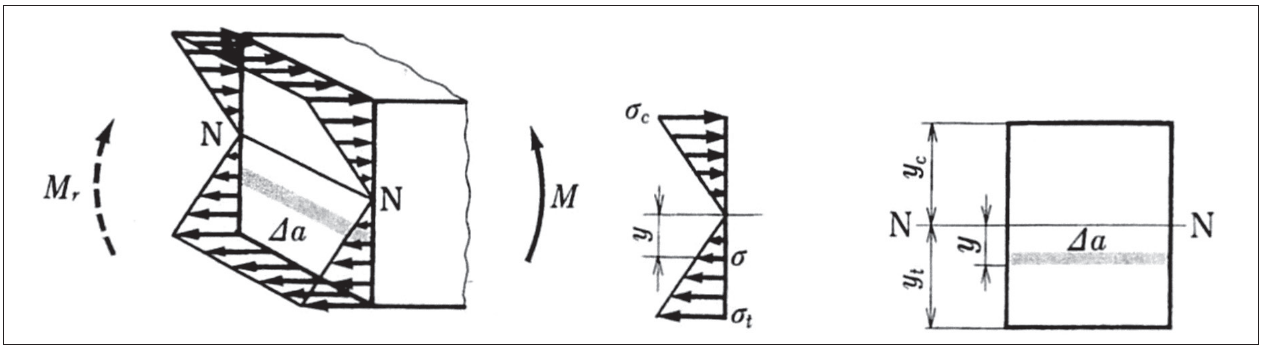
となる。従って、$\sigma = E\varepsilon = E\frac{y}{r}$となり、・・・

※「図１　はりの湾曲と中立面」の図番は本文の通し番号で原文とは異なる。

ひずみは、荷重が加わることによる変形量のもとの長さに対する割合であり、変形量$\Delta \mathrm{l}$、元の長さlとしたとき、$\varepsilon = \frac{\Delta \mathrm{l}}{l}$で定義できることは上記抜粋以前のページで示されている。ここでは、元の長さが$\mathrm{E`F`}$で変形量は$\mathrm{G`H`} - \mathrm{E`F`}$であることから、位置$y$におけるひずみ$\frac{y}{r}$を導出している。$\mathrm{G`H`} = (\mathrm{r}+\mathrm{y})\theta$や$\mathrm{E`F`} = \mathrm{r}\theta$は高校数学の文系および理系の教育内容である「円弧の長さと曲率半径の関係」(M) である。

また、応力の科学的概念 (T) や、引張試験の比例限度内では応力とひずみは正比例する (E) から垂直応力σとそのときの縦ひずみεのとの比を縦弾性係数Eとすればこの関係が$\sigma = E\epsilon$で表されることは上記抜粋以前のページで示されている。この関係式と$\varepsilon = \frac{\mathrm{y}}{\mathrm{r}}$から$\sigma = E\frac{\mathrm{y}}{\mathrm{r}}$が導出され、曲げを受けるはりでは、ひずみ$\varepsilon$と曲げ応力$\sigma$が中立面からの距離に比例し、最上層または最下層の表皮に生じる圧縮または引張応力が最大となることを示している。ここでは、高校レベルの数学・物理は用いられていない。

②そして、はりに生じる応力を求めるための公式について示している。以下はその抜粋[22]である。(傍線筆者)。



(a)　　　(b)　　　(c)

図２　曲げ応力

いま、図 (b)、(c) で、中立面から y の距離に生じた応力を σ とすると、ここにある微小面積 Δa に生じた内力は $\sigma\Delta a$ となる。この力の中立軸のまわりのモーメントを ΔM_r とすると、

$$M_r = \sigma\Delta a \cdot y$$

となる。はりの断面のすべての $\sigma\Delta a$ について、このモーメントをとり、その総和を求めたものが、断面に生じた抵抗曲げモーメント M_r であるから、次のような式がなりたつ。

$$M_r = \sum \sigma\Delta a \cdot y = M \qquad \text{(a)}$$

また、

$$\sigma = E\varepsilon = E\frac{\mathrm{y}}{\mathrm{r}} \qquad \text{(b)}$$

式 (b) を式 (a) に代入すると、

$$M_r = \sum \sigma\Delta a \cdot y = \sum E\frac{\mathrm{y}}{\mathrm{r}}\Delta a \cdot y = \sum \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{r}} y^2\Delta a = M$$

ここで、E、r は決まった値であるから、Σの外に出すと、

$$M = \frac{\mathrm{E}}{\ }\sum y^2\Delta a$$

となり、<u>$\sum y^2\Delta a$ を I で表せば、</u>

$$M = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{r}} I = \frac{\sigma}{\mathrm{y}} I$$

y は中立面からの距離であるから、引張り側の縁効力を σ_t、表皮までの距離を y_t とすれば、

$$M = \frac{\sigma_t}{\mathrm{y}_t} I$$

がなりたち、圧縮側についても同様に、

$$M = \frac{\sigma_c}{\mathrm{y}_c} I$$

となる。

I は、断面の形状と中立軸の位置によって決まるもので、これを断面二次モーメントという。また、y_t、y_c も断面の形状と中立軸の位置によって定まる値であるから、$\frac{I}{\mathrm{y}_t}$、$\frac{I}{\mathrm{y}_c}$ もまた断面が決まれば定まる値である。これを断面係数といい、Z_t、Z_c で示す。この記号を用いて、前の式を表すと、

$$M = \sigma_t \mathrm{Z}_t = \sigma_c \mathrm{Z}_c$$

となる。またこの式の縁応力 σ_t、σ_c を曲げ応力 σ_b でまとめて示すと、次の式のようになる。

$$M = \sigma_b \mathrm{Z}$$

※「図２　曲げ応力」の図番は本文の通し番号で原文とは異なる。

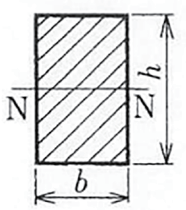
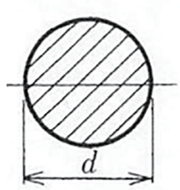
以上のように、はりに生じる応力σ_bを求める式として、$M=\sigma_b Z$が導かれている。この式のMは曲げ「はりの曲げモーメント」という項目において具体的に求める方法が上記抜粋以前のページで示されている。設計では、この応力が許容値を超えるか否かで強度設計がなされる。なお、ここで出てくる$M_R=\sum \sigma\Delta a \cdot y = M$の式の科学は「力のモーメント」（S）であり、高校数学・物理の教育内容である。

上記抜粋では、「$\sum y^2\Delta a$をIで表せば、・・・」と示さているが、この科学的概念が明確でないまま論が展開されている。そして、表皮までの距離をy_cとすると、断面係数は以下の式で表すことができることについては丁寧に導出されている。

$$Z=\frac{I}{\mathrm{y}_b}$$

従って、断面係数Zと断面二次モーメントIの関係は明確にしつつも、断面係数Iの科学的概念が示されることのないまま、表１[(23)]のように、断面係数Zと断面二次モーメントIが示されている。

表１　長方形断面と円形断面の面積、断面二次モーメント、断面係数

	断面〔mm〕	A〔mm^2〕	I〔mm^4〕	Z〔mm^3〕
1		bh	$\frac{1}{12}bh^3$	$\frac{bh^2}{6}$
2		$\frac{\pi}{4}d^2$	$\frac{\pi}{64}d^4$	$\frac{\pi}{32}d^3$

従って、

長方形の場合　$\sum y^2\Delta a=\frac{1}{12}bh^3$　　　　　円形の場合　$\sum y^2\Delta a=\frac{\pi}{64}d^4$

となるプロセスが、省略されている。これは、応力の計算に用いられる断面係数がなぜこのように計算できるかということについての理解が重視されていないことを示している。これでは、古典力学がベースではなく、機械に入力されたエネルギーと機械の出力側のする仕事の間における動力（エネルギー）伝達において発生する力と応力との関係が理解されず、機械全体のエネルギー変換の効率を俯瞰した設計ができない。また、現在の工業高校について、総単位数削減のため教育内容が希薄化される中においても「与えられた公式に数値を代入して計算するだけの学習にならないように注意すべき」といった論調[(24)]があるが、この例は「公式に数値を代入して計算するだけの学習」の典型となっている。本内容における高校物理・数学との関連を表２に示す。

表２　工業高校の教科書「曲げをうけるはり」における高校物理・数学との関連

内容	取り扱う教科等
円弧の長さと曲率半径の関係	高校数学（文理問わない）
力のモーメント・力のモーメントのつりあい	高校数学・物理

３．３　省略された各断面の断面二次モーメントの公式の科学的概念

　ここでは、はりの長方形断面と円形断面$\sum y^2\Delta a$の導出過程を示し、前節 (3.2) において省略された各断面の断面二次モーメントの公式の科学的概念と高校レベルの数学・物理との関係を明確にする。はりの左端で上向きに力Wを受けるはりの仮想断面の応力分布は図３のようになっている。

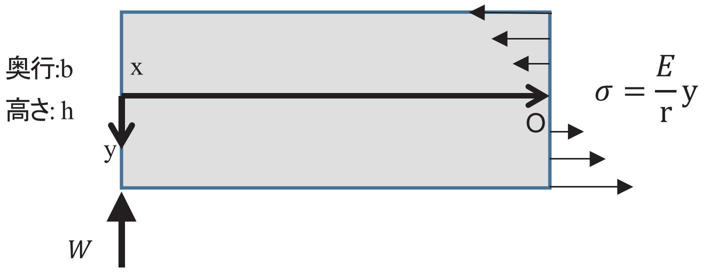


図３　仮想断面の応力分布

この応力の分布を図４に示すように離散化する。まず、y_8の位置におけるモーメントを考える。この部分の応力はσ_8であり面積はΔAであるためこの部分に生じている力は$\sigma_8\Delta A_8$である。従って、この内力による点O周りのモーメントは、力×距離$=|\sigma_8\Delta A_8|\times|y_8|$である (S)。この科学は「力のモーメント」(S) であり、高校数学・物理の教育内容である。次に、図４に示すように、応力分布を離散化して同様の処理を行い、これらすべて足し合わせることで、O点を中心としたこの応力によるモーメントの総和M_σを求める。

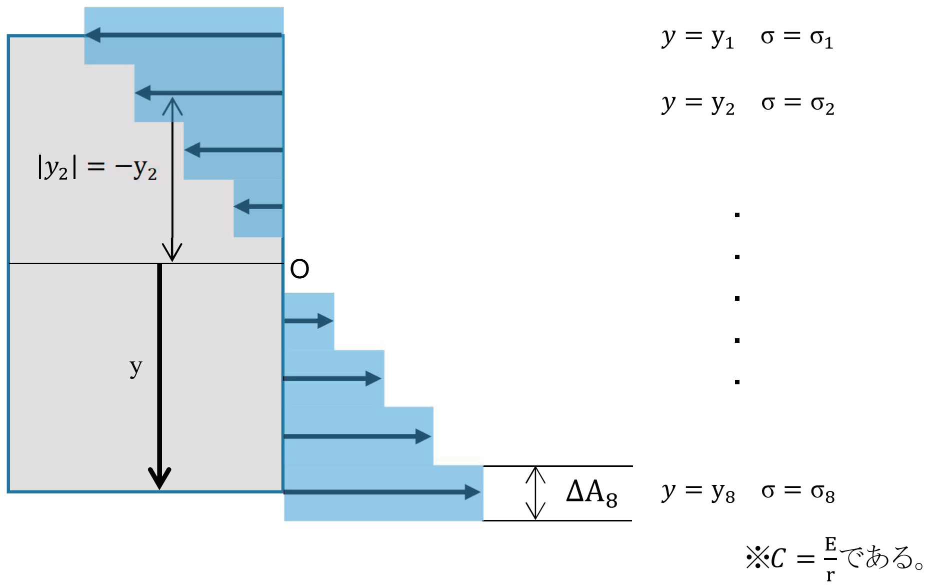


図４　応力分布の離散化

よって、

$$M_\sigma = |\sigma_1\Delta A_1|\times|y_1| + |\sigma_2\Delta A_2|\times|y_2| + \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot + |\sigma_8\Delta A_8|\times|y_8|$$

$$= \frac{E}{r}{y_1}^2\Delta A_1 + \frac{E}{r}{y_2}^2\Delta A_2 + \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot + \frac{E}{r}{y_8}^2\Delta A_8 = \frac{E}{r}\sum_{i=1}^{8}{y_i}^2\Delta A_i$$

となる。上記の演算は、高校数学・数列とΣの計算 (M) である。これは、文系理系問わず、高校で学習する。ΔAを限りなく小さくすることによって正確な値が求まるので、

$$M_\sigma = \frac{E}{r}\lim_{\Delta A\to 0}\sum_{i=1}^{n}{y_i}^2\Delta A_i$$

となる。ここで、$\mathrm{I} = \lim_{\Delta A \to 0} \sum_{i=1}^{n} y_i{}^2 \Delta A_i$とおけば、

$$M_\sigma = \frac{E}{r} I$$

と表記できる。これより、

$$\frac{E}{r} = \frac{M_\sigma}{I}$$

となる。よって縦弾性係数を曲率半径で割ったものは、M_σを断面二次モーメントで割ったものと等しいことがわかる。また、

$$\sigma = E\frac{\mathrm{y}}{\mathrm{r}} = \frac{E}{r} y = \frac{M_\sigma}{I} y$$

となり曲げ応力の科学的概念 (E) が分かる。そして、これらを通じて、断面二次モーメントおよび断面係数の科学的概念 (E) が獲得できる。また、この剛体がO点を中心に（一定速度で回転あるいは）静止しているから力WによるO点を中心としたモーメントM_Fと剛体が壁から受ける力によるモーメントM_σの和は0である。

$$M_\sigma - M_F = 0$$

これは、高校物理の教育内容である「力のモーメントのつりあい」(S) である。以上より、

$$\sigma = \frac{M_\sigma}{I} y = \frac{M_F}{I} y$$

となり、はりに生じる応力を求めることができる。なお、断面二次モーメントは$\mathrm{I} = \lim_{\Delta A \to 0} \sum_{i=1}^{n} y_i{}^2 \Delta A_i$という表記が数学的に正確であるが、工業高校の教科書では、$\mathrm{I} = \sum y^2 \Delta A$となっている。

$\lim_{\Delta A \to 0} \sum_{i=1}^{n} y_i{}^2 \Delta A_i$は$\sum_{i=1}^{n} y_i{}^2 \Delta A_i$において$\Delta A_i$を限りなく小さくするという意味であるが、これは図5 (a) においてΔAを限りなく小さくするということなので図5 (b) の面積を求めることに他ならない。

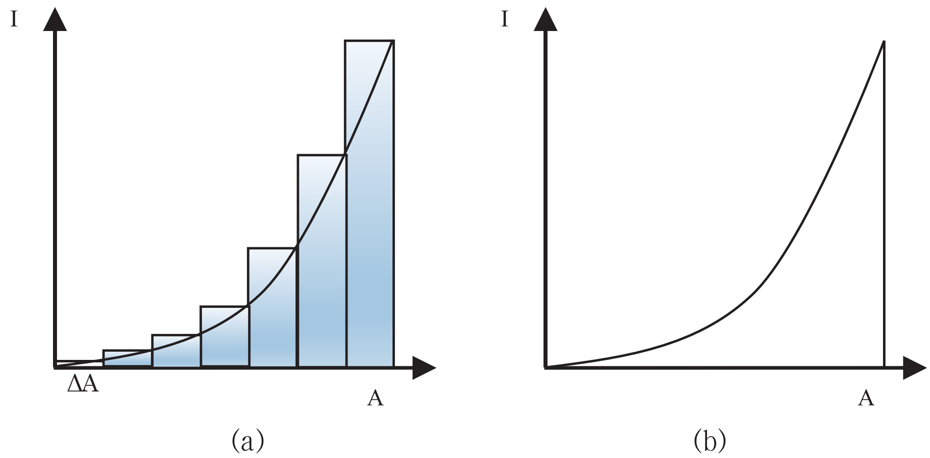


図5　断面二次モーメントの物理的意味

従って、

$$\mathrm{I} = \lim_{\Delta A \to 0} \sum_{i=1}^{n} y_i{}^2 \Delta A_i = \int_{A_1}^{A_n} y^2 \, \mathrm{dA}$$

となる。これは高校数学の理系のみ教育内容である「区分級積法」(M) の内容である。また、$\int_{A_1}^{A_n} y^2 \, \mathrm{dA}$は面積分の計算であるが、幅$b$高さ$h$の長方形断面を考えると、微小面積$\Delta\mathrm{A}$は$b\Delta y$となる。従って、

$$\mathrm{I} = \lim_{\Delta y \to 0} \sum_{i=1}^{n} y_i{}^2 b \Delta y_i = b \int_{y_1}^{y_n} y^2 \, dy$$

となり、面積分の計算を避けることができる。そして、$y_1=-\frac{h}{2}$、$y_n=\frac{h}{2}$であるから、

$$I=b\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}y^2dy=2b\int_0^{\frac{h}{2}}y^2dy=\frac{bh^3}{12}$$

となる。これは高校数学の文系および理系の教育内容である「積分の計算」(M) である。そして、$y_n=\frac{h}{2}$で最大応力となるので、

$$\sigma_{max}=\frac{M_F}{\frac{bh^3}{12}}\frac{h}{2}=\frac{M_F}{\frac{bh^2}{6}}=\frac{M_F}{Z}$$

である。よって、

$$\mathrm{Z}=\frac{bh^2}{6}$$

となり、表 1 の式が得られる。長方形断面の断面二次モーメントについては、このように曲げを受けるはりの応力に関する科学的概念の内容は高校数学・物理の範疇に収まる。

次に円形断面の断面二次モーメントを考える。ここでも、長方形断面と同様に面積分の計算を避ける。まず、図 6 の$x^2+y^2={r_0}^2$の方程式で表される円を考える。この方程式をxについて解くと$x=\pm\sqrt{{r_0}^2-y^2}$となるためyにおける太線の長さは、$2\sqrt{{r_0}^2-y^2}$となる (M)。これらは高校数学の文系および理系の教育内容である「円の方程式」(M) である。そして、太線の幅を$\Delta\mathrm{y}$とすれば、微小面積$\Delta\mathrm{A}$は$2\sqrt{{r_0}^2-y^2}\Delta\mathrm{y}$となる。

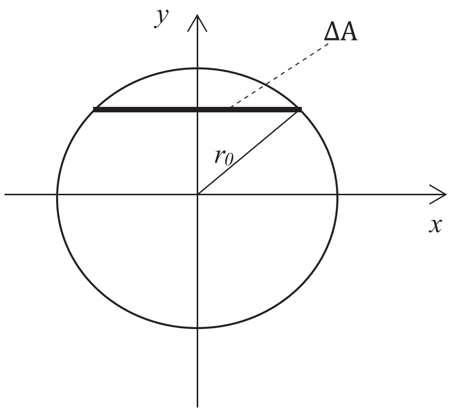


図 6　$x^2+y^2={r_0}^2$の方程式で表される円と微小面積$\Delta\mathrm{A}$

従って

$$\mathrm{I}=\lim_{\Delta A\to 0}\sum_{i=1}^{n}{y_i}^2\Delta A_i=\lim_{\Delta y\to 0}\sum_{i=1}^{n}{y_i}^2 2\sqrt{{r_0}^2-y^2}\Delta y_i=\int_{-r_0}^{r_0}y^2 2\sqrt{{r_0}^2-y^2}dy\ \ \text{(M)}$$

である。x、yをそれぞれ

$$x=r_0\cos\theta\qquad y=r_0\sin\theta\quad\left(0\leq\theta\leq\frac{\pi}{2}\right)$$

のように置換すると、

$$\frac{dy}{d\theta}=r_0\cos\theta$$

であるから、

$$\mathrm{I}=\int_{-r_0}^{r_0}y^2 2\sqrt{{r_0}^2-y^2}dy=\int_{-r_0}^{r_0}(r_0\sin\theta)^2 2\sqrt{{r_0}^2-(r_0\sin\theta)^2}r_0\cos\theta\,d\theta$$

となる。これは高校数学の理系のみ教育内容である「置換積分」(M) である。次に$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$を踏まえて計算していくと、

$$I = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} (r_0 sin\theta)^2 2{r_0}^2 \cos^2\theta\, d\theta = 4{r_0}^4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\theta \cos^2\theta\, d\theta = 4{r_0}^4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^2\theta - \cos^4\theta) d\theta$$

となる。２倍角の公式$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$より

$$\cos^2\theta - \cos^4\theta = \frac{\cos 2\theta + 1}{2} - \left(\frac{\cos 2\theta + 1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} - \frac{\cos^2 2\theta}{4}$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{\frac{\cos 4\theta + 1}{2}}{4} = \frac{1 - \cos 4\theta}{8}$$

従って、

$$I = 4{r_0}^4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^2\theta - \cos^4\theta) d\theta = \frac{1}{2}{r_0}^4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 4\theta) d\theta = \frac{1}{2}{r_0}^4 \left[\theta - \frac{\sin 4\theta}{4}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}{r_0}^4$$

となる。これは、「三角関数」（M）と「その微分・積分」（M）が出てくる。三角関数は高校数学の文系および理系の教育内容であるがその微分・積分は高校３年高校数学の理系のみ教育内容である。最大応力は、$y = r_0$で生じるので、

$$\sigma_{max} = \frac{M_F}{\frac{\pi}{4}{r_0}^4} r_0 = \frac{M_F}{\frac{\pi}{4}{r_0}^3} = \frac{M_F}{Z}$$

となる。従って、

$$\mathrm{Z} = \frac{\pi}{4}{r_0}^3$$

が得られる。なお、円の断面積の直径をdとすると$r_0 = \frac{d}{2}$であるから、

$$I = \frac{\pi}{4}{r_0}^4 = \frac{\pi}{64}d^4 \qquad \mathrm{Z} = \frac{\pi}{4}{r_0}^3 = \frac{\pi}{32}d^3$$

となり、表１の式が得られる。この公式は、曲げジャッキのハンドルの強度計算等の軸の強度計算に必須であり設計によく出てくるが、その科学的概念の理解のために導出しようとすると、指数計算、三角関数、微分・積分だけでなく、置換積分や三角関数の積分があり、かなり高度になる。長方形断面と円形断面の断面二次モーメントの科学的概念と高校物理・数学との関連を表３に示す。

表３　断面二次モーメントの科学的概念と物理・数学との関連

内容	取り扱う教科等
指数計算	高校数学（文理問わない）
三角関数	高校数学（文理問わない）
微分・積分の基礎	高校数学（文理問わない）
数列とΣの計算	高校数学（文理問わない）
円の方程式	高校数学（文理問わない）
置換積分	高校数学（理系のみ）
三角関数の積分	高校数学（理系のみ）
区分求積法	高校数学（理系のみ）
力のモーメント・力のモーメントのつりあい	高校数学・物理

「曲げをうけるはり」について厳密に科学的概念を重視すると、高度な物理・数学が必要である。この教育内容は学力の高い層には適用できる可能性があり、下構型教育の枠組みにおけるSTEAM教育としては成立する。今回の分析対象においては、高校数学・物理の範疇に収まっていたが他の領

域では収まらない可能性も十分ある。従って、これをそのまま教育内容としても上構型教育としては成立しにくい。

４．大学の教科書の分析

高校工業教育との比較のために、大学は科学的概念をどのように捉えているかを検討する。大学の材料力学（宮本ら「材料力学」裳華房）[25] の教科書「曲げを受けるはりに生じる応力」に焦点を当て曲げモーメントを受けるはりに生じる曲げ応力の科学的概念が重視されているかを分析する。

①$\sigma = E\frac{\mathrm{y}}{\mathrm{r}}$を導出するまでは工業高校の教科書とほぼ同じであるが、それ以降が異なる。以下はその抜粋 [26] である。

次に、この断面に作用している曲げモーメントをMとする。モーメントのつりあいを中立軸に関して考えるものとすると、

$$\int_A \sigma y dA = M \qquad \frac{E}{\rho}\int_A y^2 dA = M \tag{3-34}$$

ここで$I \equiv \int_A y^2 dA$と書けば

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \tag{3-35}$$

が得られる。Iを断面Aの中立軸に関する断面二次モーメント（geometrical moment of inertia）と呼ぶ。また、EIを曲げ剛性 (flexural rigidity) と呼ぶ。EIが大きければ、はりは曲がりにくいので、これは はりの曲がりにくさを表す量である。(3-31)、(3-35）式よりσの式として

$$\sigma = \frac{M}{I}y \tag{3-36}$$

が得られる。図３−14(d) に示すように、中立軸から上下端面までの距離をそれぞれe_1、e_2と書けば、それぞれの位置で応力は正、負の最大値をとることになる。

$$\sigma^+_{max} = \frac{M}{I}e_1 = \frac{M}{Z_1} \qquad \sigma^+_{max} = \frac{M}{I}e_1 = \frac{M}{Z_1} \tag{3-37}$$

ここで

$$Z_1 = \frac{I}{e_1} \qquad Z_2 = \frac{I}{e_2} \tag{3-38}$$

を中立軸N-Nに関する断面係数 (section modulus) と呼ぶ。

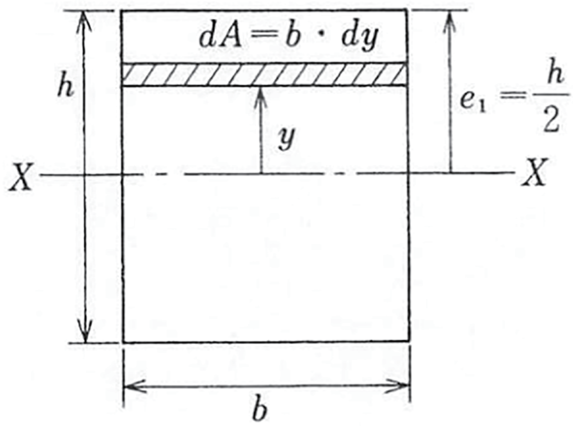
※図番や式番は原文通りであるため本文のものとは異なる。

曲げモーメントは工業高校の教科書では$M = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{r}}\sum y^2 \Delta a$となっていたが、ここでは$M = \frac{E}{\rho}\int_A y^2 dA$と積分を用いて表されている。なお、工業高校の教科書では曲率半径は r となっていたが、ここではρとなっているので、工業高校の教科書における$\frac{E}{r}$とここでの$\frac{E}{\rho}$は同一のものである。

②そして工業高校の教科書では、公式として導いていた断面二次モーメント、断面係数を得るための例題がある。以下はその抜粋 [27] である。

以下に示す断面形状について、断面二次モーメントおよび断面係数を求めよ。

○長方形断面



対称面は中立面であるから、底辺から　の位置が中立面X-Xである。したがって

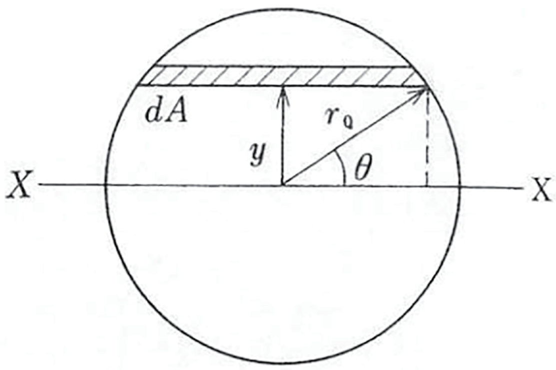
$$e_1 = e_2 = \frac{h}{2}$$

またdA=b dyだから

$$I = \int_A y^2 dA = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} by^2 dy = 2b\int_0^{\frac{h}{2}} y^2 dy = \frac{bh^3}{12}$$

$$Z_1 = Z_2 = \frac{bh^2}{6}$$

○円形断面



中立軸は中心線である。dAは図より

$dA = 2\sqrt{{r_0}^2 - y^2}dy$

$x = r_0 \cos\theta$　　　$y = r_0 \sin\theta$　$\left(0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}\right)$

より$dA = 2{r_0}^2 \cos^2\theta\, d\theta$

$$I = \int_A y^2 dA = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} (r_0 sin\theta)^2 2{r_0}^2 \cos^2\theta\, d\theta = 4{r_0}^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\theta \cos^2\theta\, d\theta = \frac{\pi}{4}{r_0}^2$$

$e_1 = e_2 = r_0$ より$Z_1 = Z_2 = \frac{\pi}{4}{r_0}^3$

以上より、「曲げを受けるはり」の設計で用いる応力(T)の計算式を導出するために、剛体のモーメントのつり合い(S)を変形体に適用(E)し、仮想断面における応力分布を積分(M)している。S・T・E・Mのそれぞれの科学的概念が含まれている。工業高校の教科書では、表1に示す通り各断面形状の断面二次モーメントや断面係数が表に示されるのみで導出されないが、大学の教科書では、各断面の断面二次モーメントが導出され、工業高校の教科書で教育内容となっていない科学的概念が教育内容となっている。

5．むすびにかえて

工業高校および大学では工学における設計に関する科学的概念をどのように捉えているか、そして工業高校の教育内容が科学的概念を重視する大学へ接続しているかを具体的に検討するために、STEAMの関係から、工業高校と大学の「曲げを受けるはり」における教育内容の分析をした。工業高校では、設計における「はり」において各断面の断面二次モーメントや断面係数を公式的に学び、大学では、各断面の断面二次モーメントや断面係数がどのように導かれるかを学ぶ。科学的概念の獲得を重視する大学への接続を考えるならば、各断面の断面二次モーメントや断面係数がどのように導かれるかの基礎を学ぶべきで、現在の工業高校の教育内容はそうはなっていない。

このような「断面二次モーメントや断面係数がどのように導かれるかの基礎」とは何かを明らかにするには、例えば以下の調査・分析が必要となる。
①現在ほど産業が高度化されてないが中堅技術者の養成ができていたとされる時代の甲種工業学校や工業高校の教育内容
②技術が数学と物理と現在ほど密接に関連していない1800年前後の設計教育の教育内容
上記の例は一例であるが、今後は、これらが設計の科学的概念をどのように捉えていたかを明らかにして、上構型教育の枠組みでのSTEAM教育の教育内容を開発をする。

【注】

(1)斉藤武雄、田中喜美、依田有弘『工業高校の挑戦－高校教育再生への道－（第1版）』(学文社)、2005年、p. 211。
(2)小路行彦『技手の時代（第1版第1刷）』(日本評論社)、2014年、p. 339。
(3)同上書、pp. 209-213。
(4)同上書、pp. 324。
(5)同上書、p. 338。
(6)同上書、p. 212-213。
(7)同上書、p. 325。
(8)前掲書（1)、pp. 211。
(9)同上書、p. 212。
(10)同上書、p. 276。
(11)同上書、p. 4。
(12)『技術と教育』、技術教育研究会、第566号、2021年、p. 10。
(13)学校教育体系には、大学の準備教育としての科学的な教育内容を中等教育で行う下構型と、小・中・高へと連続的に延長させていく上構型がある。現在わが国の高校は下構型と上構型との両側面を有している。
(14)能見利彦「機械工学成立期における科学と技術の関係」『研究・イノベーション学会年次学術大

会』、第22回、2007年、pp. 867-870。
(15) 上里正男、林丈晴「教育思想史における『百科全書』」『山梨大学教育学部附属教育実践総合センター研究紀要』、第26号、2021年、pp. 235-254。
(16)『機械工学分野の展望』、日本学術会議機械工学委員会、2010年、pp. 2-3。
(17)『人と社会を支える機械工学に向けて』、日本学術会議機械工学委員会機械工学ディシプリン分科会、2009年、p. 21。
(18) 前掲書 (16)、pp. 12。
(19) 林洋次、文部科学省2012年検定済教科書7実教（工業319)『機械設計1』(実教出版)、2021年。
(20) 林丈晴、上里正男、東英道「中等教育改革史における現代テクノロジー教育概念の諸相」『山梨大学教育学部附属教育実践総合センター研究紀要』、第25号、2020年、pp. 73-92。
(21) 前掲書 (19)、p. 123。
(22) 同上書、pp. 124-125。
(23) 同上書、pp. 127。
(24) 前掲書 (1)、pp. 276。
(25) 宮本博、菊池正紀『材料力学（第22版6刷)』(裳華房)、2018年。
(26) 同上書、pp. 58-59。
(27) 同上書、pp. 62-63。