

入試に関する諸問題の数学的考察

平野 光昭

今日、入試改革に関する問題は、国民の多くから関心を寄せられており、マスコミにも絶えず取り上げられているが、各方面から提出された正当な問題点には、前向きな姿勢で取り組むと同時に、正しい情報を提供することも大学の役目の1つであると考え。

入試に関連した問題は、教育学の問題として論じられることが多く、この場合は論ずる者の立場や基本的な考え方の相違により、平行線をたどることもあるが、数学の問題として論ずることにより、だれもが納得できる結論を得ることが多い。

ここでは、受験機会の複数化に関連した問題及び選抜時のウエイトが入学後の成績との相関に及ぼす影響について、これまで著者らが研究発表してきたことを数学的側面からまとめて紹介し、入試教科・科目数と受験生の負担の問題及び得点修正の方法について、我々の考えを述べた。特に4節で論じたものは、他に全く類をみない発想に基づいており、問題提起となれば幸いと思っている。

キーワード：数学、確率・統計、入学試験、トレーニング効果、得点修正

1. はじめに

戦後40年が経過し、我が国は諸外国から驚異のとも評されている経済発展を遂げ、科学技術のいくつかの分野でも世界のトップに立ち、国民の生活水準は先進国の中でもトップクラスと言われる程になった。一方で、1家庭当りの子供の数は減少した。このような状況の下で、国民の多くが教育に強い関心をもち、いろいろな場で発言するようになった。特に入試改革に関する問題は、マスコミにも絶えず取り上げられ、大学が提案・実施したことについても種々の批判が加えられている。これには大学が大衆化され、高い進学率が続いていることとともに、社会が情報化されたことが強く関係しており、それらの発言・批判の中には必ずしも当を得ていないと思われるものも含まれているが、各方面から提出された正当な問題点には、前向きな姿勢で取り組むと同時に、受験する側の人々および社会に対して、正しい情報を提供することも大学の役目の1つであろう。

我々は、本紀要第2号で、大学入学者選抜共通第1次学力試験で採用した「自己採点方式」を確率論的に考察し、入試のもっている「一発勝負」的性格を緩和

することが目標の1つになっていた共通1次が、この方式を採用したため、自己採点の結果による「いわゆる輪切り進路指導」が行われるようになり、「一発勝負」的性格を一層強めてしまったことを指摘した¹⁰⁾。また、入学した学生の追跡調査を行って、確率論・教育論の両面から上の指摘の正当性を裏付け、自己採点方式が進路決定に及ぼす影響について、国立大学入学者選抜研究連絡協議会の全国大会等で発表した^{1),2),3),4),5),7),8),9)}。しかるに、複数化に伴って一度廃止された「自己採点制度」は翌年に復活した。

受験機会の複数化を控え、国立大学を対象として行われたアンケートでは、この制度を廃止することに圧倒的多数が賛成と回答したが、復活に関しては、高等学校側の要望とマスコミの論調に押された観があった。これは1つの例であるが、一般に入試に関連した多くの問題が、数学的に取り扱うことが可能であるにもかかわらず、数学的あるいは教育学的理論に基づかず、不特定多数のものの中での多数決（いわゆる声の大きいもの）に従う形で決まっているように思えてならない。

「受験機会の複数化」及びこれに関連した「いわゆる足切り」の倍率の問題、ダブル合格者の割合や辞退者数の推定の問題、配点比率の問題、「いわゆる偏差値」にかかわる問題等、入試に関係した非常に多くの問題を、数学とりわけ確率・統計の問題として取り扱

うことができる^{11),16),17),19)}。そして、これらを数学の問題として考えるならば、数学を理解できる者ならだれもが納得できるより良い解決の道が開かれるはずであるが、現実にはこのような観点から研究している者は極めて少数である。

入試を理論的に論ずる場合、一般には教育学的観点から論ずることが多く、この場合は、論ずる者の立場や基本的考え方の相違によって、討論をつくしても意見の一致がみられないことがしばしば起る。このようなとき、政治的判断が働いたりして、あまり合理的でないと思われる方式や制度が導入され、そのすぐ直後から問題が生ずることにもなる。

ともあれ、ここで我々は入試に関するいくつかの問題を数学の問題としてとらえ、主として確率・統計上の観点から定性的に論ずる。定量的に論ずるにはあまりにも時間の制約並びに紙数の制限が厳しい。しかし、我々はこれまでに多数の論文を発表しているので、それらで論じられているテーマについては、ここでは要点のみを述べるにとどめ、詳細については各所で提示した参考文献を見ていただきたい。

2. 受験機会の複数化

昭和54年、1期校・2期校制を廃止して、国立大学の受験機会を1回としたため、その後数年の間に、国立大学は全体として著しい地盤沈下を起した。失地回復を目指して、昭和62年に受験機会を再び複数化した。相対的に見て、まだ一元化以前の地位に回復していない。それどころか、分離分割方式を導入して、マスコミ等から、「複数化早くも崩壊」などと非難の声が上がっている。では、なぜ一元化によって地盤沈下が起り、複数化が失地回復に役立つのであろうか^{17),18)}。

数学的に考察すれば、これは極めて簡単な問題で、試験が「一発勝負」であることが最大の原因である。すなわち、どのように綿密な試験をやっても、実力（各大学で検査しようとしている学力の真の値）による順位と試験の結果による順位が完全に一致することはなく、実際に行われている入試では、実力による順位で定員の何倍にも当るところに位置している者でも、合格する確率が無視できない。逆に、倍率等によって異なるが、実力による順位が定員の20%以内の

者でも、合格する確率は90%を越えないであろう。このため、情報化時代の今日、自分の実力の近似値が分かっていても、あえて実力を上回るところに挑戦する者も多い。その反面、相当な実力の持主でも、「これだけやれば絶対」というような保証は得られないから、本来ならやる必要のない受験勉強に取り組むことになり、受験生の受ける精神的なプレッシャーは相当なものであろう。

実力がありながら落ちた者の何割かは、次年度を目指していわゆる浪人生活に入ることになるが、物価を考慮すると、国立と私立の間で授業料等の差が小さくなっているため、近年多くの受験生が国立と私立を併願している。私大は有力校と言われているところでも互いに試験日が異なる上、同一大学でも学部によって異なるから、1人で数校から10校近く受験するのが普通のようなものである。したがって、実力的に国立の合格圏にいながら不合格になった者及び合格者と大差ない実力の持主が、志願した私大の内のどこかに合格する確率は極めて高い。このことを大学の側からみると、優秀な学生（各大学で採りたいと思っている学生）を入学させるという点で、私大側が圧倒的に有利なのである。

実的に最上位層が受験し、私大とのダブル合格者が辞退しない一部の国立大学にとっては、国立大学の受験機会が1回であっても複数回であっても、入学してくる学生にあまり違いはないが、そのような大学の不合格者をも受け入れようという大部分の国立大学にとっては、複数化されているかないかで、極めて大きな違いがある。このため、大学間で弱肉強食の事態を招いているという意見もあるが、大学間では自由競争が原則であるならば、他の国立大学のレベルアップまで考えない大学があったとしても仕方あるまい。

ところで、同じ複数化であっても、分離分割方式のように、定員を分割して2度受けさせたのでは、「実力者が実力通りに合格する確率」は、国立大学全体としてみたとき、それほど上がらず、実施する側の負担は倍増する。受験機会の複数化の「うまみ」は、各大学が1回の試験を行い、受験する側は2回受けられるところにある。試験の効率を考えると、2回の試験にかかるエネルギーを合わせて1回の試験にかけた方が、実力順に選んだものにより近い合格者集団が得られることは明らかである。受験機会の複数化の問題に

ついて、詳しくは文献18)を見ていただきたい。

受験機会の複数化に伴って、2段階選抜が社会問題にもなったが、当時国立大学入学者選抜研究連絡協議会の会長であった宮澤氏も提案されていたように、この問題は「第1段階選抜で人数をしぼって第2次試験を実施した方が、最終合格者として、より実力のある者が選べる。」という観点から、試験の実施に投入するエネルギーや受験生の負担も考慮し、多段階選抜とそうでない場合を比較して、その効率を追究する必要がある。我々は定性的にこの問題を解析したので、文献16)及び19)を見ていただきたい。定量的な解析は今後の研究課題とし、問題提起としたい。

また、2段階選抜と並んで関係者の頭を悩ましたものに「合格発表率」があり、当時の新聞論調では、大学の予測能力を高めて追加合格者の数をなるべく少なくすることが、最重要視されている観があった。我々は統計的处理によって、辞退者数を推定し、予測的中したことを報告しておきたい。

特に、合格者に対するダブル合格者の割合に関する理論も、文献16), 19)に詳細に述べてあるので、関心をもっている方は見ていただきたい。

3. 入試各科目のウエートが入学後の成績との相関に及ぼす影響

「卒業成績と入試で課されている各科目の成績の間の相関係数を求めて、次年度の入試の各科目のウエートの大きさの順をこの相関係数の大きさの順に一致させる。」ということを実行している私大があるという話を聞いた。すなわち、卒業成績との相関係数が r_i である科目Iと r_j である科目Jの間で、不等式 $r_i > r_j$ が成り立てば、次の年の両科目の配点比率 w_i, w_j を $w_i > w_j$ となるように定めるといのである。入試科目が3科目以上ある場合も同様である。

一見合理的にみえるこの方式は、統計的に重大な見落しをしている。一般に、大きなウエートをかけて選抜に使われた科目は卒業成績(入学後の成績でも同様)との相関が弱く、選抜時にウエートをあまりかけなかった科目のそれは強く現れる。これは一般に考えられていることと逆である。著者の経験では、統計の本当によく分かっている人を別にすれば、ウエートをかけて選抜した科目が、入学後の成績と強い相関があるのは当然であると考えている人が多いようである。

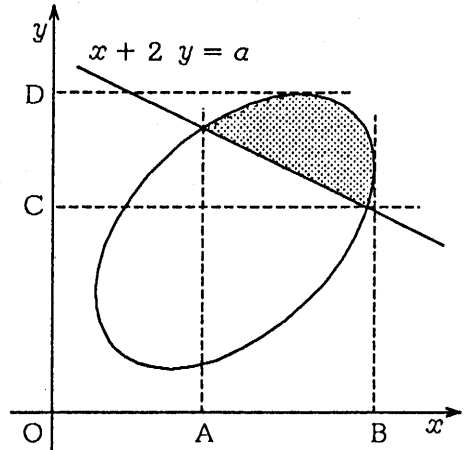


図 1

いま、図1のように、科目Iの点 x と科目Jの点 y を用いて散布図を描くと、一般には両科目の間に正の相関があるから、点 (x, y) はおよそ図のようなだ円の内部に存在する。ここで、科目Jに科目Iの2倍のウエートをかけて合格者を決定したとすると、合格者の間での点の幅は x の方が y より大きく、合格者の中にJの点の中以下の者はいないが、Iの点では中以下の者もある。 $x + 2y \geq a$ (a は定数) を満たす点 (x, y) に位置する者が合格となるから、 y が10点小さければ x が20点大きくないと追付かない。逆に y が他の合格者より10点大きければ、 x が20点小さくても合格する。入試の点と実力が完全に一致するわけではないが、このように科目Jにより大きなウエートをかけると、入学してきた者の中に科目Jの不得意な者がいる確率は極めて低く、入学した者の中では科目Jの実力にあまり差がない。これに対して、小さなウエートの科目Iは不得意でも、科目Jで点をかせげば合格できるから、入学した者の中でその実力に広い幅がある。

このようなわけで、科目Jは入学後の成績と相関が現れにくい状況にあり、科目Iは比較的強い相関が現れやすい状況にある。一般に、極端に小さいものや極端に大きいものの存在が相関係数を大きくし、一方の値が狭い範囲に限定されている場合は、相関係数は大きくならない。上に示したように、ある科目のウエートを大きくして選抜すると、選抜された者のこの科目の点(ウエートをかけない点)は狭い範囲に存在する

ことになるが、このような現象は「選抜効果」と呼ばれている。これに対して、全く選抜の資料として用いられなかったものとの間には、はっきりした相関が現れやすいが、試験で行われた科目の成績が可否の判定資料とならないということはめったにない。しかし、特別の目的だけに使う面接とか調査書などでは、選抜効果のない場合が多い^{21),24)}。

「調査書(高校の内申書)の成績の方が、入試の成績より、入学後の成績との間に強い相関がある。」という研究結果が、一時よく発表された。調査書は、長期にわたり、多数の人の目で、多様な視点から見た評価であるという点で優れている。しかし、これは学校内の相対評価であるから、学校間格差があり、信ぴょう性にも問題があるなどの欠点をもっている。「入学後の成績を予測する資料として、プラスの面からマイナスの面を差し引いてもなお入試より優れているのであるから、調査書を重視せよ。」というのが共通1次導入以前の世論でもあった。これに反対の立場の者は「調査書を重視していないことを前提とした資料は、重視した場合には適用できない。」と主張したが、これは信ぴょう性の観点から述べたもので、一部の専門家の間では知られていたが、入試に関連して、選抜効果が一般に論じられるようになったのは、その後のことである。

ある仮定の下に、これを補正する方法が知られているが、補正すべきところを補正なしで論じている論文が後を断たないので、注意する必要がある。選抜効果の働いた場合の補正の方法については、文献25)及びそこに掲げられている文献を見ていただきたい。

また、選抜効果の働いていないもう1つの例として、「面接の評価による入学後の成績の予測」に関して、極めて有意な研究結果を得ているので、文献12), 13), 14), 15), 20), 24)を見ていただきたい。

4. 入試教科・科目数と受験生の負担

過激な受験競争を緩和するため、入試で課す教科・科目数を削減すべきであるという考えは、受験する側のみならず大学側にもある。しかし、入研協ニュースの巻頭言で京都大学の永田氏が述べていた「数学科へ進学した者の教養課程から専門課程への進学時の数学の成績と、入学試験成績との相関を調べたら、入試の

数学の成績との間より総合成績(5教科)との間の相関の方が高かった。非常に大切な教科であっても、特定の1教科の成績よりも、総合成績の方が大切であることを示唆している。」という考え方にくみする者は多く、著者もこれと全く同じことを前任校で経験している。そこで、なぜ総合成績との相関の方が高いのか考え、科目数削減の是非を追究してみよう。

統計的観点からみると、妥当性と信頼性の問題が関係している。すなわち、本当に「1つの教科・科目で優れている者よりも、多くの教科・科目の総合で優れている者の方が入学後伸びる。」ということなのであるだろうか。それとも、「1教科のみの試験では『いわゆる当り外れ』の振幅が大きく、試験の結果と実力(真の力)の食い違いが大きい。」ということがこのような結果を招いているのだろうか^{9),10)}。後者の理由が関係していることは間違いなく、前者を立証するには、同一教科の試験を5回行った上で比較すればよいわけである。この外、「入試で課されていない教科・科目は勉強しないので、大学での教育に支障がある。」という大学の立場からの意見や、同じ理由で「高校の正常な教育に混乱をもたらす。」という高校の立場から教育論を展開した意見も多い²¹⁾。また、「科目数を削減しても、入試が競争試験である限り、少ない科目を集中的に勉強することになるだけで、受験生の負担の軽減にはならない。」という考え方も根強い。

試験の結果の信頼性については、試験の回数を増やすとか、時間を長くし、問題の量を多くして、採点をきめ細かく行うなどの対策がある^{9),10)}。しかし、「共通1次(大学入試センター試験)で課した科目を第2次試験(個別学力検査)で課すなどの重複は避けるべきである。」という意見もある。統計学の立場からすれば、同じ科目の試験を何回もやることによって、「正確さ」は高まるが、「偏り」を取り除くことはできないから、重複よりは多様な視点からみる方が、「正確さ」で優れている。では、科目数を多くすることが、優秀な学生を正確に選抜することにつながるのだろうか。

日本とアメリカの主として教育学者が、互いに相手国の教育の現状を視察し、意見を述べ合った^{26),27),28)}。それによると、日米のいわゆる入学試験を比較したとき、目的・方法等において、非常に大きな相違点があるが、両国内では、互いに相手方の優れている点を認

め、相手方の方式に近付きたいと考えている者が多いことが分かった。

日本では、勤勉さ、努力、忍耐力などを教育における最も重要な要素と考えており、共通1次や大学入試センター試験にみられるように、「高等学校での学習の達成度（到達度）をみる。」のが望ましい入試のあり方で、「素質を重視する。」のは好ましくないという考え方が、明治以来の伝統のようである。しかし、入試で現実に見ているのは、「高等学校での学習の達成度」ではなく、「受験の時点までの学習の達成度」である。すなわち、何年浪人して到達したかを問わないばかりか、中・高一貫教育と称して、中学の内から高校の教科書を教えることも、幼少の頃より塾通いや家庭教師を付けて勉強に専念させることも自由である。そして、このことが過激な受験競争の原因となっている^{22),23)}。

これに対して、米国の代表的な統一テスト SAT (Scholastic Aptitude Test) などはトレーニング効果のあまりない適性検査である。このため、帰国子女特別選抜の経験からも分かるように、米国の高校生は日本のように勉強していない。そして、「素質さえあれば、努力しなくてもよいのか。」ということがいま問われており、「急速な経済発展を遂げた日本の教育制度を見習うべきである。」という声も大きいようである。

ともあれ、日本では努力の結果のみが計られ、素質が無視されてきた。そして、最近ようやく改善の気運が高まってきている。我々は、学力検査で課す教科・

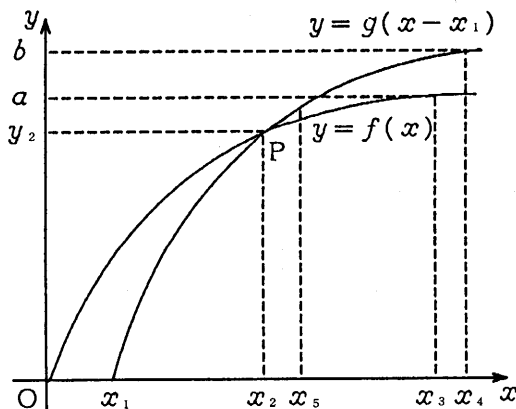


図 2

科目数を減らすことによって素質をも見る方法を提案する。

図2はA, B 2人がそれぞれトレーニングに要した時間 x , $x - x_1$ と達成度 y の関係 $y = f(x)$, $y = g(x - x_1)$ をグラフで示したものである。厳密には、いわゆる生存時間 t とトレーニングに要した時間 x は比例するわけではないが、話を簡単にするため、ある(本格的にトレーニングに取り組むようになった)時刻 t_0 以降は比例するものと考え、それ以前の単位生存時間に対するトレーニング時間の違いは、開始時点 x_1 を変えることによって補正する。このような関係は教科・科目のみならず、スポーツや囲碁・将棋のたぐいでも成立する。

いま、著者が指導したことのあるスポーツを例にとって述べてみよう。全くの初心者練習を始めると、最初の内は1回ごとに目にみえて上達する。同じ日の練習に来た時と帰る時でその違いが分かる程で、 $\frac{dy}{dx}$ は非常に大きい。そして、 x の増大とともにこの値は小さくなっていく。すなわち、 $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$ である。したがって、習い始めた当初は、少しでも早く始めた者が強く、後れて始めた者が先に始めた者に勝つことはない。

しかし、任意の x に対して $f'(x) = g'(x)$ なら、B がAを追い越すことはないが、Bの方がAより素質があるとすれば、 $f'(x) < g'(x)$ となる。また、常に

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} g'(x) = 0$$

が成り立つものと考えられる。厳密に考えると、 $f(x)$, $g(x)$ ともに、最大値をとった後、 $f'(x)$, $g'(x)$ は負になることもあるが、近似的には、ある x_3 が存在して、 $x_3 < x$ を満たす任意の x に対して $f'(x) = 0$, $f(x) = a$, また、ある x_4 が存在して、 $x_4 < x$ を満たす任意の x に対して $g'(x - x_1) = 0$, $g(x - x_1) = b$ と考えてよい。ここで、Bの方がAより素質があるという仮定から、 $a < b$ である。したがって、 $x_1 < x_2 < x_4$ を満たす x_2 が存在して、 $f(x_2) = g(x_2 - x_1)$ となり、 $x_2 < x$ を満たす任意の x で $f(x) < g(x - x_1)$ となる。いま、点 $(x_2, f(x_2))$ をPで表す。

さて、我々が将来性を考えて人を選びたいなら、AではなくBが選ばれるような試験をすればよいわけであるが、一回の試験では、 $f'(x)$, $g'(x)$ を調べるこ

とはできない。もし、複数回の試験を行って $f'(x)$, $g'(x)$ を近似的に求めようとしたら、受験者は1回目の試験で故意に小さな値が出るようにするだろう。その上、一般には x の値も測定できず、互いに異なる x , x^* に対して $f'(x)$ と $g'(x^*)$ を比較したのでは、A と B の将来性の比較にはならない。また、 a , b を測定するのは、時間的に不可能である。

ところが、グラフから分かるように、点Pを過ぎたところで $f(x)$ と $g(x-x_1)$ の値を求めればBの方が将来性のあることが分かる。しかし、現実には点Pの位置が分からない上に、試験期日 x_0 が定まっているので、不等式 $x_0 < x_0$ が成り立つように、点Pが低い位置に現れるような試験を行うことになる。もちろん、我々の目的は、多数の志願者の中から比較的将来性のある者を定員だけ選ぶことにあるが、定性的にはこの考え方が適用できる。

ところで、この理論を入学試験に適用し、点Pが低い位置に現れるようにするには、教科・科目数をなるべく少なくすればよいことは明らかである。(しかし、あまり低過ぎると、 a , b とともに $b-a$ の値も小さくなり、試験でこの差を測定することが困難になる。) すなわち、競争試験において課す教科・科目数を多くすれば、勉強量の多い者が有利になり、逆に少なくすれば、高校3年になってから受験勉強に取り組んでも間に合うから、素質のある者が有利になる。もちろん、教科・科目によって全く異なる素質が関係するのであれば、この理論は適用できないが、いわゆる学力に関係する素質は5教科の間で大差なく、教科・科目による達成度の違いは、主としてトレーニング時間の違いによるものと考えられる。

教科・科目数を減らした場合、入試で課されない科目は勉強しないなどの弊害も当然考えられるが、競争試験として課す教科・科目以外に、いくつかの重要と思われる教科・科目について資格試験を行えばよい。また、少ない教科・科目数で試験を行うに当っては、回数、時間、問題の質・量に十分に注意し、「いわゆる当り外れ」を少なくするようにしなければならない。

5. 得点修正の方法と「いわゆる偏差値」

平成元年度の共通1次で、理科の一部の科目の得点に修正が加えられた。この得点修正の方法をめぐって、

いろいろな議論があったことはよく知られているが、本学入学者99人(1人欠席)に、この修正方法について記述式で意見を聞いた。「どのような修正方法がよいか。」という問はなかったが、「偏差値にすべきである。」と述べていた者が5名おり、その内容から、「素点がどのように分布していても、偏差値にすれば一切の不公平はなくなる。」と信じているようである。また、著者の経験からすると、教員の中にもこのように考えている者は多い。

表1 共通1次の理科の得点修正について

学生の考え方	物理 選択者	化学 選択者	生物 選択者	合計
低得点者は物理、生物選択者が有利で、化学選択者が不利	15	16	0	31
低得点者は物理、生物選択者が有利であるが、高得点者では化学選択者が有利	14	8	1	23
物理、生物選択者が有利で化学選択者は不利	2	8	1	11
化学選択者が有利	2	1	1	4
物理、生物選択の高得点者は不利	1	2	1	4
有利、不利はない	5	2	1	8
その他	1	6	0	7
分からない、答えない	2	7	2	11
合計	42	50	7	99

平成元年度の理科に関して、「どのような者が有利で、どのような者が不利であった。」と思っているか、記述式の回答を分類すると表1のようになる。最も多いのは「低得点者は物理、生物選択者が有利で、化学選択者は不利であった。」と考えている者で、これに次いで「低得点者は物理、生物選択者が有利であったが、高得点者は化学選択者が有利であった。」と考えている者が多く、特に物理選択者の中に多い。逆に、「全体的に物理、生物選択者が有利で、化学選択者は不利であった。」と考えている者は化学選択者に多い。また、「有利不利はない。」という者は修正の恩恵を受けた物理選択者に多く、「分からない。」と答えた者やこのことに関して答えなかった者は修正されなかった化学選択者に多い。その他の中には、修正後の

平均点の違いから、「物理選択者が有利」、「(物理との比較で)化学選択者が不利」、「物理選択者が有利で地学選択者が不利」などがあった。では、実際はどうであっただろうか。

まず、修正の前提として、「昭和61年度の共通1次の『理科』では、理科Iを必ず解答させると共に、物理・化学・生物・地学の4科目から1科目を選択解答させた。受験者を選択科目で分けた場合の理科Iの平均点が、物理選択者 s_1 、化学選択者 s_2 、生物選択者 s_3 、地学選択者 s_4 は、大学入試センターにおける過去のデータと付き合わせて、選択科目の受験者の学力を良く反映していることが認められる。」としているが、過去のどのようなデータと付き合わせたのであろうか。理科2科目選択のときのデータであろうか。それとも、数学や英語のデータであろうか。 $s_1 > s_2 > s_3 > s_4$ であるということが新聞などで報じられていたが、大きさの順序が過去のデータと一致したとしても、大きさそのものが実際の力を表しているという保証はない。理科Iといえども、物理に関係した問題、化学に関係した問題という具合に分類されるから、もし物理的な問題が難しければ、この問題で物理選択者とそうでない者の間に差が付き、生物的な問題がやさしければ、この問題では物理選択者と生物選択者の間で差が付かない。その結果、選択者別の理科Iの平均点は、物理選択者が生物選択者に比べて高くなる。このように出題された問題の難易によって、選択者別の平均点は変化するものであるから、 s_1, s_2, s_3, s_4 が理科の実際の力をよく反映しているときめ付けるわけにはいかない。

次に、「平成元年度の理科の4科目の平均点：物理 h_1 、化学 h_2 、生物 h_3 、地学 h_4 に関して、平成元年度の化学の平均点 h_2 と地学の平均点 h_4 は固定して、物理と生物の平均点 h_1 と h_3 を

$$\text{物理：} h'_1 = h_2 + (s_1 - s_2) \frac{h_2 - h_4}{s_2 - s_4}$$

$$\text{生物：} h'_3 = h_4 + (s_3 - s_4) \frac{h_2 - h_4}{s_2 - s_4}$$

によって修正すると、平均点の傾斜が、 s_1, s_2, s_3, s_4 の間の傾斜と比例するようになる。」としているが、 h_2 と h_4 を固定する根拠は何もない。この式によれば、 $h_2 - h_4$ が大きくなれば、 $h'_1 - h_2$ は大きくなるから、地学の平均点が変わらないとして、化学の平均点が高ければ高い程、物理の平均点と化学の平均点の間で差が

大きくなる。また、化学が変わらないとすると、地学の平均点が低ければ低い程、物理と化学の平均点の差が大きくなる。誠に不可解と言わざるを得ない。

もし、 s_1, s_2, s_3, s_4 が正しいとするならば、 $h'_1 = s_1, h'_2 = s_2, h'_3 = s_3, h'_4 = s_4$ として、すべての科目の得点を修正すべきであった。

このようにして、 h'_1, h'_3 を求めた後、「物理と生物の平均点がそれぞれ h'_1 と h'_3 に変わるように、物理と生物の受験者について、それぞれ次の方式によって現得点 x から修正得点 y に変換する。

$$\text{物理：} y = 100 + (x - 100) \frac{100 - h'_1}{100 - h_1}$$

生物：省略

となっているが、この式は $(h_1, h'_1), (100, 100)$ の2点を通る直線を表している。

平均点が h_1 のとき、平均点が h'_1 になるように、直線を用いて修正するのであれば、 (h_1, h'_1) を通る直線すべてが該当するから、 $(100, 100)$ を通らなければならない必然性はない。ところが、 $(100, 100)$ を通るように定めたため $(0, 48.8)$ を通ることになった。そして、この「0点が49点に修正される。」ということに特に非難が集中した。「100点より上はない。」というのも一理はあるが、「0点はあくまでも0点である。」というのも同じくらしい説得力がある。もし、 $(0, 0)$ と (h_1, h'_1) を通る直線を採用したとすると、100点が150点前後に修正される。この場合、化学でいくら頑張っても、物理で満点近い点をとった者には、50点程の差を付けられ、この50点という差は合否に決定的な影響を与えるから、もっと強い世論の反発をくったであろう。これに対して、実際に行われた方式では、「たとえ0点の者が50点近い点をもたらしたとしても、理科で0点をとるような者は、合否の対象外の者であるから問題はない。」という説明で、世論は沈静化したようである。

しかし、この説明の中には極めて重大な問題が潜んでいる。物理の平均点を化学のそれに揃える(実際には最初に述べたように少し差を付けている。)ためには、合否の対象外の者の得点を大幅に修正したということは、事実上合否を争っている上位層では、正しい修正によって本来加点されるはずの点ももらえなかったことを意味する。また、物理の標準偏差がほぼ2分の1に縮められていることからみても、この修正後の物理及び化学の得点分布曲線の概形は図3のようになり、

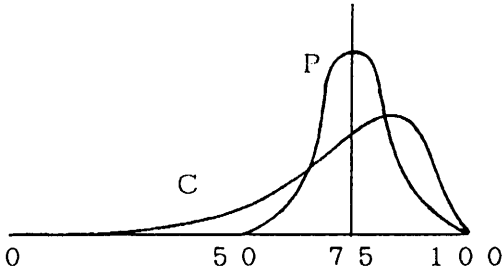


図 3

物理の得点修正後も、上位層では化学選択者が圧倒的に有利であったことが分かる。

$(0, 0)$ と (h_1, h'_1) を結び、 (h_1, h'_1) と $(100, 100)$ を結んだ折れ線とか、 $(0, 0)$ 、 (h_1, h'_1) 、 $(100, 100)$ の3点を通る放物線を用いるなどの提案もあったが、いずれも修正後の平均点が h'_1 になるという保証がない。また、この折れ線の場合は、平均点以上の者についての得点修正が、実際に用いられた直線の場合と全く同じであるから、ほとんど改善になっていない。

それでは、信者の多い「いわゆる偏差値」を用いたらどうかであろうか。結論を述べると、この度のような場合には、実際に用いられた方法より優れているとは言えない。素点から偏差値への変換は、分布曲線の横軸方向の平行移動と伸縮であり、素点が0~100に分布し、平均点が大きく違う場合は、平行移動と伸縮で両者を近似的にも重ね合わせることは不可能であるからである。

いろいろと述べてきたが、この度の得点修正も、何もしない場合と比べれば、はるかに合理的であることは言うまでもない。

文 献

- 1) 平野光昭：入学後の成績からみた共通第1次成績評価に関する一注意。国立大学入学者選抜研究連絡協議会研究報告書，第2号，354，1981。
- 2) 平野光昭：入試の成績と教養の成績。昭和57年度山梨医科大学入学者選抜方法研究委員会報告書，1~120，1983。
- 3) 平野光昭，北原哲夫：入試の成績と教養の成績。国立大学入学者選抜研究連絡協議会研究報告書，第4号，443，1983。
- 4) 平野光昭，北原哲夫：自己採点と進路の決定。国立大学入学者選抜研究連絡協議会研究報告書，第5号，463~465，1984。
- 5) 平野光昭：自己採点による進路の変更と二次および入学後の成績との関連について。共通一次の成績を共通尺度とした高校・共通一次・大学二次・入学後の成績間の追跡研究（昭和59年度科学研究費補助金による研究），中間報告(一)，22~25，1985。
- 6) 平野光昭：試験答案にみられる数学的センス。山梨県高等学校教育研究会数学部会会誌，第32号，1~11，1985。
- 7) 平野光昭：自己採点と進路の決定。共通一次の成績を共通尺度とした高校・共通一次・大学二次・入学後の成績間の追跡研究（昭和59，60年度科学研究費補助金による研究），中間報告(二)，67~78，1985。
- 8) 平野光昭：自己採点と進路の決定。昭和59年度山梨医科大学入学者選抜方法研究委員会報告書，1~59，1985。
- 9) 平野光昭：自己採点の進路決定への影響。国立大学入学者選抜研究連絡協議会研究報告書，第6号，452~454，1985。
- 10) 平野光昭：自己採点方式の確率論的考察。山梨医科大学紀要，第2巻，50~56，1985。
- 11) 平野光昭：不可解な統計と意外な確率。山梨県高等学校教育研究会数学部会会誌，第33号，5~16，1986。
- 12) 平野光昭：面接の評価と学力試験の成績の関連について。共通一次の成績を共通尺度とした高校・共通一次・大学二次・入学後の成績間の追跡研究（昭和60年度科学研究費補助金による研究），研究成果報告書，73~90，1986。
- 13) 平野光昭：面接に関するアンケート調査結果の分析。国立大学入学者選抜研究連絡協議会研究報告書，第7号，509~514，1986。
- 14) 平野光昭：面接の評価と学力試験の成績の関連について。国立大学入学者選抜研究連絡協議会研究報告書，第7号，515~517，1986。
- 15) 平野光昭：面接の評価について。国立大学入学者選抜研究連絡協議会研究報告書，第8号，

- 430~434, 1987。
- 16) 平野光昭：受験機会の複数化—その意義・問題点・本学での対応と成果—。大学入試研究の動向（国立大学入学者選抜研究連絡協議会），第6号，19~28, 1988。
 - 17) 平野光昭，外：受験機会複数化の将来像をめぐって（シンポジウム），国立大学入学者選抜研究連絡協議会研究報告書，第9号，403~429, 1988。
 - 18) 平野光昭，川田殖：受験機会の複数化と選抜方法。山梨医科大学入学者選抜方法研究委員会報告書，第3号，1~36, 1989。
 - 19) 平野光昭，川田殖：「受験機会の複数化」への対応と成果（その1）。山梨医科大学入学者選抜方法研究委員会報告書，第3号，37~62, 1989。
 - 20) 平野光昭：面接の評価の信頼性について（その1）。山梨医科大学入学者選抜方法研究委員会報告書，第3号，63~109, 1989。
 - 21) 平野光昭，川田殖，中澤知男：平成2年度入学試験の教科・科目について。山梨医科大学入学者選抜方法研究委員会報告書，第3号，110~113, 1989。
 - 22) 平野光昭，川田殖：進路指導の問題点。国立大学入学者選抜研究連絡協議会第8プロジェクト研究報告書，1989。
 - 23) 平野光昭，川田殖：進路指導についての所見と提案。国立大学入学者選抜研究連絡協議会第8プロジェクト研究報告書，1989。
 - 24) 平野光昭：面接の評価と入学後の成績等との関連について。国立大学入学者選抜研究連絡協議会研究報告書，第10号，1989。
 - 25) 池田央：選抜による統計量の変化とその補正について。昭和56年度総合研究「高校調査書・共通一次学力試験・二次試験・入学後の成績間の相関分析の方法論的研究」打合わせ会中間報告書，92~100, 1982。
 - 26) 天城勲：相互にみた日米教育・日米教育協力研究覚書。I D E・現代の高等教育，No. 282，2~8, 1987。
 - 27) 館昭：相互にみた日米教育・アメリカ側報告書「日本教育の現状」・I D E・現代の高等教育，No. 282，9~15, 1987。
 - 28) 清水長三：相互にみた日米教育・日本側報告書「アメリカの教育改革」。I D E・現代の高等教育，No. 282，16~22, 1987。

Abstract

A Mathematical Consideration of Some Problems in Entrance Examination

Teruaki HIRANO

Today the reform of entrance examination is a matter of increasing interest for the great many people of our country. It has been always taken up by journalism and other mass-media. We think it one of the major tasks of the university to tackle positively with the judicious proposals raised up from every point of view and, at the same time, to provide sound informations for the applicants and for the public in general.

We once, in this Journal NO. 2, discussed stochastically the problem of the so-called self-estimation system, pointed out its irrationality and proposed its abolition. Afterward many articles on entrance examination appeared from educational side, which naturally tends to be inconclusive according to their different view points. On the other hand, we have very few articles, for general readers, of the mathematical consideration on this field.

In this paper at first, we generally summed up, from the mathematical angle, our results of a series of studies on entrance examination: namely on (1) the pluralization of chances to apply for national universities, (2) two-step system for selecting successful students, (3) the rate of the so-called double-pass candidates and stochastics of the renunciation of admission, (4) the influence of weighing various subjects for the correlation between the results of entrance

examination and those of graduation, and (5) the predicability of the results in college from interview-evaluation in entrance examination.

Then we made here quite a fresh approach on (6) the relation between the number of subjects for entrance examination and the load of the applicants and (7) the method to revise the marks in the achievement test. The former one (6), especially, might call for due attention as a unique and entirely original idea which treats the problem theoretically from purely mathematical angle.

Department of Mathematics