

気球高度で観測されるオーロラX線像の焦点ボケ

小玉正弘^{*}、小倉紘一^{**}

気球高度で観測されるオーロラX線像に伴う焦点ボケの程度を、モンテカルロシミュレーションによる大気中での光子の拡散過程の計算に基づいて推定した。初期条件として光子のエネルギーまたはスペクトルの型、入射天頂角と方位角を与え、出力条件として気球の高度、測定器の視野角や傾きを考慮する。100km高度で発生させた点源像またはリング像の気球高度における焦点ボケの程度は次のように結論される。

1) 全方向型検出器の場合には、焦点ボケの大きさを全到達光子数の1/2が占める水平距離範囲で表すと、深さ10g/cm²では鉛直入射の1kmに対し等方入射では10~12kmと広がる。2) 検出器の全視野角を絞った場合には、等方入射でもボケは小さくなり、視野角60°、20°でそれぞれ8-9km、3-4kmとなる。これらはコリメータ分解能に起因するボケの約1/3に止まる。3) コリメータ付検出器の場合には、コリメータ軸の傾きや大気の深さの増大とともに、視野外からの入射による一種のゴースト像が無視できなくなり、真像の明るさの半分位までに達する。4) ゴースト像の発生は光子源のエネルギースペクトルの型にはあまり依存しない。

以上の計算結果から、気球による焦点ボケの小さいオーロラX線撮像のためには、より高い高度で、細い指向性型検出器による、より高いエネルギーのX線が適していると言える。

キーワード：オーロラX線、モンテカルロ、気球観測

1. はじめに

近年、オーロラX線の空間分布即ちX線像の撮影に多大の関心が持たれるようになり、人工衛星やロケットによる撮像観測が盛んに行われてきた。¹⁾⁻⁴⁾ これらは大気外または大気頂上近くでの測定であるので、得られたX線像は発生高度での像をほぼそのままの姿で保存する。これに対して気球観測は最も経済的かつ実施し易いという大きな利点はあるものの、X線発生高度から気球高度までの大気内で大気原子・分子によるX線の散乱や吸収の影響を受けるため、発生時の像がある程度歪んだり焦点ボケを起こしたりするのは避けら

れない。従ってこの歪みやボケの程度を予め定量的に明らかにしておくことが、気球高度で得られたX線像の正しい物理的解釈にとって不可欠となる。

大気中におけるX線の拡散過程を解くのにしばしばモンテカルロシミュレーションによる統計的方法が用いられる。前報告⁵⁾ではこの方法によるX線像のボケ工合の推定を初めて試み、点光源から発生させた光子が任意の気球高度でつくるエネルギースペクトル、天頂角分布並びに水平方向分布などを求めた。空間的広がりの大きさは主として単一エネルギー光子ビームに対して求めたもので、発生エネルギー、入射天頂角に対する依存性が調べられた。その結果、全方向型検出器による焦点ボケは、1) エネルギーおよび入射天頂角の増大に比例して大きくなる、しかし 2) 大気が深くなくてもそれほど広がらない、3) 発生スペクトルの型にはあまり左右されない、4) 深さ10g/cm²での水平方

* 山梨医科大学物理学

** 日本大学生産工学部物理

(受付：62年9月25日)

向への広がり半値幅で10km以内であること等が分った。

本報告はこれの続報であるが、実際の観測結果と直接比較出来るようなシミュレーション計算に重点を置いた。即ち、ある一定のスペクトルの型を持った等方入射の光子を100km高度でリング状に発生させたとき、異なる気球高度でどの程度その図形がボケてくるかを求める。その際、気球搭載用X線検出器の開口角や取付け傾斜角がどのように関わってくるのかについても定量的に明らかにする。このようなシミュレーション計算の結果に基づいて、今後の気球によるオーロラX線撮像観測に直接関連する実験上の問題点についても考察する。

2. 計算方法

実行されたモンテカルロ計算の詳細については補遺に譲り、ここでは映像ボケの表示法に関する事項について先ず述べる。

高度100kmで下向きに入射させた光子は、ある一定の確率で光電効果、レーリー散乱、コンプトン散乱を繰返したのち、任意の高度を下向きまたは上向きに通過する。しかし実際の観測では下向き成分だけを測定するのが通常なので、計算でもその成分だけを計数する。その高度まで到達しない光子は大気外に逃出すか途中で消滅するかのどちらかでボケには直接関与しない。また、一旦上向きに通過したのち再度反転して下

向きに通過する場合があります、起こる確率としては小さいが1個の光子を2回数えることになる。しかし水平面上での位置が1回目と2回目で同じになることは殆どありえないので実際の測定では2個に数えることはない。

鉛直入射の場合、発生点直下への直達成分の他にその点の周りへの散乱成分が像の焦点ボケを引き起こす。従って前者に対する後者の割合がボケの程度を決定する。これを定量的に示す一つの目安として、中心点を含む10km幅の水平帯を仮定し、そこに落込む光子の頻度分布関数 $N(r)$ についてボケ幅 r を次のように定義する。

$$\int_0^r N(r) dr / \int_0^\infty N(r) dr = 1/2 \quad (1)$$

ただし、 r は中心点から測った水平距離である。直達成分と散乱成分ではもともと分布関数が互いに異なると考えられるので、両者の合成関数には通常よく使われる半値幅の概念は適さない。

更に散乱成分の分布を直接図示するために、指定した任意高度での2次元マップ上に1個1個の光子の到達点を計算ごとにプロットしていく。点密度の濃淡によってボケの程度を一目で知ることが出来る。特に点光源以外の任意の図形で光子を入力した場合に有効である。本来ならば3次元表示が理想的であるが、計算に使用したパソコン(NEC9801F)ではその能力の限界を超えるし、また比較的単純な分布なので2次元表示でも十分である。

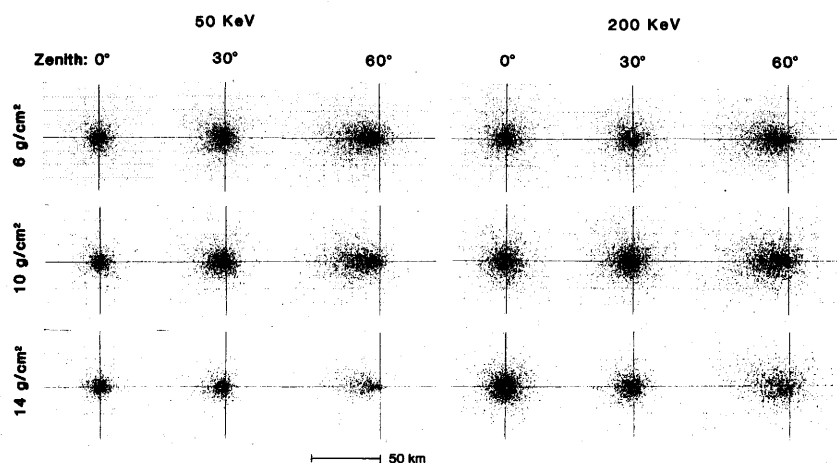


図1 ビーム入射X線源の水平面上での広がり。光子エネルギー、入射天頂角、大気の深さによる依存性。座標の1目盛が10km幅に相当。

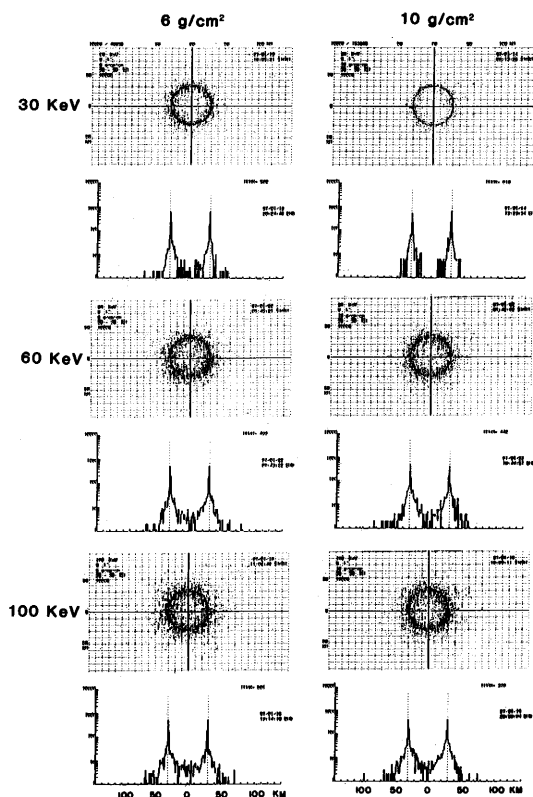


図2 半径30kmの円周上に鉛直入射のX線源のX-Y面上における広がり強度分布。分布はX軸を含む幅10km以内に落込む光子数を中心からの距離に対して示す。光子エネルギー、大気の変化による変化。入射天頂角、大気の変化による依存性。座標の1目盛が10km幅に相当。

計算の初期条件となるX線源は次の3通りで与えられ、ある所定の高度に到達した光子数が合計10,000個に達するまでシミュレーション計算が繰り返えされた。

- I. 単一エネルギー、点源および線状リング源
- II. 指数関数型スペクトル、点源、線状リング源
- III. ベキ関数型スペクトル、線状リング源

いずれの場合も、100km高度での入射光子の天頂角と大気の変化の関数として計算された。更にII、IIIでは検出器の視野角、視野軸方向(天頂角)を可変パラメータとして与え、測定器の仕様による焦点ボケの変化を調べた。他に、等方入射という実際像により近い初期条件についても若干の計算を試みた。光子の最終到達高度は気球高度に当たる6,10,14 g/cm²の間で選ばれた。

3. 計算結果

I. 単一エネルギー源

特定エネルギーの光子がある一定の天頂角で一点に入射したときの(1)式のrの値を表1に、X-Y分布図の若干例を図1に、またリング状に入射したときの到達光子のX-Y分布図とヒストグラムを図2にそれぞれ示した。全体的には焦点ボケは大気の変化、光子エネルギー、天頂角の増加とともにいずれも増大していく。しかし天頂角60°の場合を除けば大部分のボケの程度は1~3kmであり実際には無視できる量である。

天頂角 60° のとき、 r の値ではエネルギーと逆比例してボケ方が小さくなっているが(表1)、図1の分布図では高エネルギーほど散乱度が大きいことが分る。

このように、中心に対して極端に左右非対称の分布では r 表示が必ずしも正しいボケ方を示さないことに注意を要する。

単一方向入射			下向き等方入射						
スペクトル型	大気の高さ	エネルギー E または指数 e	天 頂 角						
			0°	30°	60°				
「単一エネルギー」									
	6 g / cm²	E = 50KeV	1	1	3				
		E = 100KeV	1	1	2				
		E = 200KeV	1	1	1				
	10 g / cm²	E = 50KeV	1	1	8				
		E = 100KeV	1	1	6				
		E = 200KeV	1	1	6				
	14 g / cm²	E = 50KeV	1	1	12				
		E = 100KeV	1	2	10				
		E = 200KeV	1	1	8				
						半視野角			
「指数関数」						90°	30°	20°	10°
	6 g / cm²	E = 30KeV	1	1	3	11	7	6	3
		E = 100KeV	1	2	3	11	8	6	3
	10 g / cm²	E = 30KeV	1	1	8	10	8	6	3
		E = 100KeV	1	2	8	11	8	6	3
	14 g / cm²	E = 30KeV	1	1	10	11	9	7	4
		E = 100KeV	1	3	11	12	10	8	5
「べき関数」									
	6 g / cm²	e = - 1	2	2	4	12	8	7	4
		e = - 2	2	2	3	12	8	7	4
	10 g / cm²	e = - 1	2	2	8	12	9	7	4
		e = - 2	2	2	8	12	9	7	4
	14 g / cm²	e = - 1	2	3	11	12	10	8	5
		e = - 2	2	3	11	13	9	8	5

表1. 種々の初期条件、検出条件に対する焦点ボケの大きさ。(1)式の r の値で示す(単位はkm)。

II. 指数関数型スペクトル源

オーロラX線現象に通常よく見られる指数関数型スペクトルを発生光子に仮定し、単方向入射、等方入射、リング入射などの各場合について r を求め表1にまとめた。また結果の一部を図3、図4に示した。いずれ

もe-foldingエネルギー(e_0)が30KeVの場合で、前者は単方向入射、後者は等方入射である。これから分るように、実際の現象に近い等方入射の場合には、全方向型検出器で $r=10\sim13\text{km}$ とかなりボケてくるので、測定器の視野角を絞ったときどうなるかについても調べた。図4および表1に示すように、半視野角を 10° にしたとき深さ 6g/cm^2 で全方向型の約1/3つまり

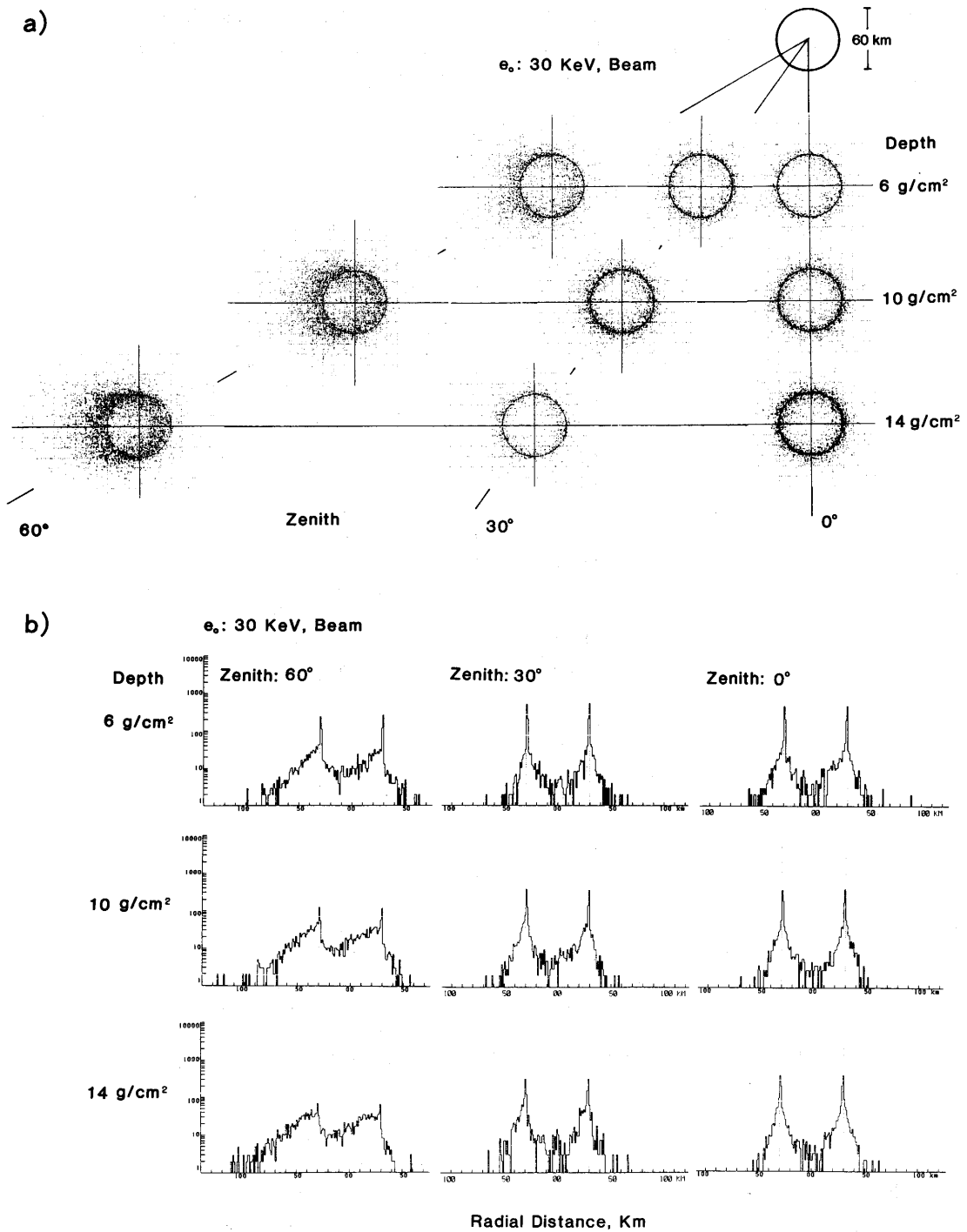


図3 e -foldingエネルギー e_0 が30KeVの指数関数型スペクトルの光子を半径30kmの円周上に発生させたときの気球高度での広がり。
a) X-Y分布、b) 強度分布の入射天頂角、大気の深さによる依存性。座標の1目盛が10km幅に相当。

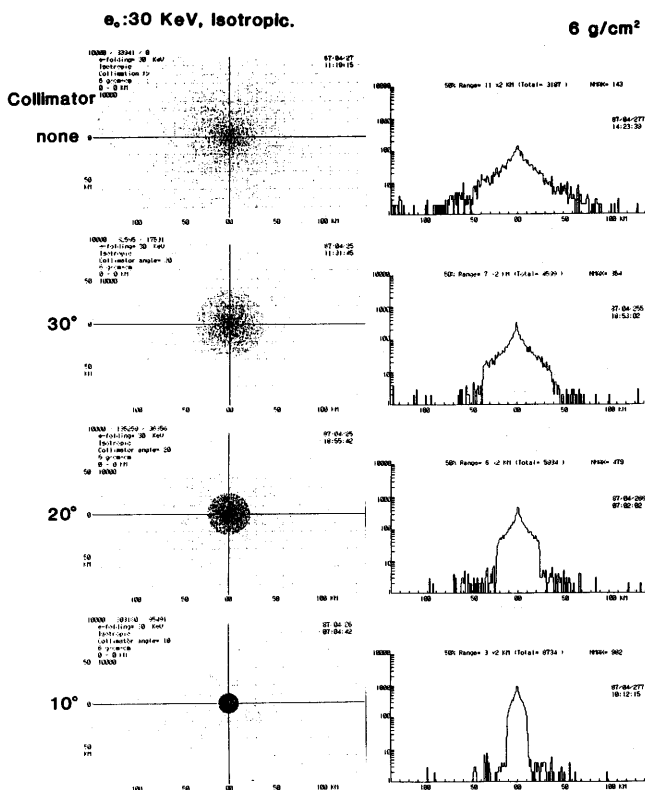


図4 $e_0=30\text{KeV}$ の指数関数型スペクトルの光子を一点に等方入射させたときの 6 g/cm^2 深での広がり。X-Y分布(左側)、強度分布(右側)の鉛直検出器の視野角による変化を示す。

$r=3\text{km}$ のボケ幅まで減少する。ただしこのとき発生光子数に対する検出光子数の比は $1/29$ に過ぎず、全方向の比 $1/3$ に比べて検出感度は著しく落ちる。このように、視野角に比例して検出光子数は大幅に減少するから、実際の観測では測定器の有効面積を大きくする必要が出てくる。図5はコリメータの効果を経線リング源について示したものである。

次に、上のような鉛直指向性検出器ではなく、コリメータ付検出器を天頂からある角度傾けて回転させ全天を探索する方法がよく用いられる。このような傾斜型検出器では焦点ボケはどのようになるであろうか。

この計算のため次のような座標変換を行う。基準座標 (x, y, z) に対してZ軸を角度 (α, β) だけ回転させた座標系 (x', y', z') を考える。このときZ軸に対して (θ, ϕ) で入射した光子はコリメータ軸 Z' に対して (θ_0, ϕ_0) で入射したとすると、 θ_0 は

$$\cos \theta_0 = \cos(\phi - \beta) \sin \alpha \sin \theta + \cos \alpha \cos \theta \quad (2)$$

で表される。ただし、 (α, β) はコリメータ軸のZ軸に対する傾き角である。

$e_0=30\text{keV}$ の等方点源スペクトルについて得られた結果を図6に示した。意外なことにコリメータ軸が天頂から傾くと視野外からの光子の寄与が現れる。図6で視野方向の明るさの他に天頂方向に見えるもう一つの明るさがそれである。たとえば検出器の視野方向にX線源が存在しなくとも、天頂方向に別のX線源があると、あたかもコリメータ方向からX線が来ているように見えるので、これはこれまでのボケとは区別して仮にゴースト像と呼ぶことにする。ゴースト像の特徴は次のようにまとめられる。

- ①ゴーストはコリメータ軸の傾きの増加とともに増大する。
- ②深さ $6-14\text{ g/cm}^2$ の範囲では大気が深くなるほどゴースト像は強まる。
- ③ゴースト像は検出器の検出下限エネルギー E_c が高

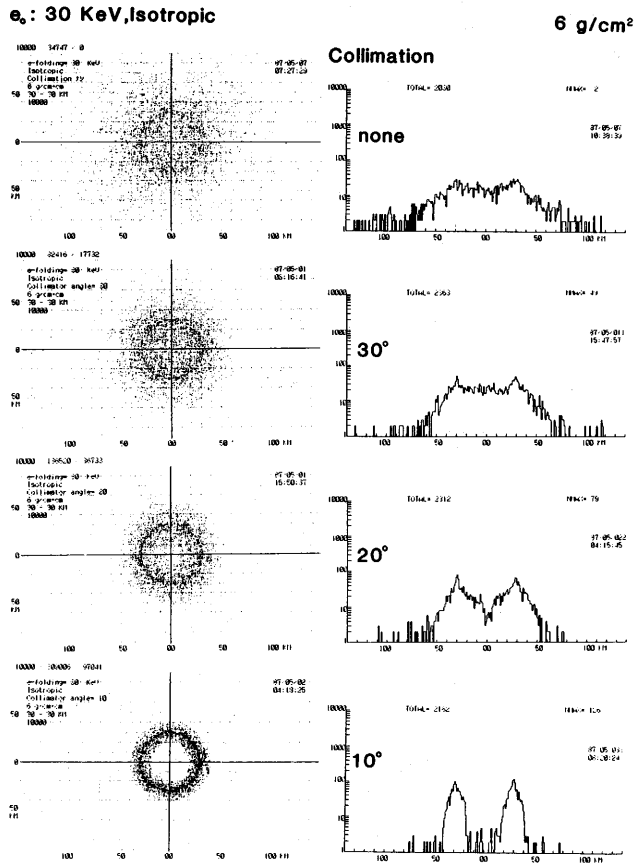


図5 図4と同じ、ただしX線は半径30kmの円周上に発生させた場合。

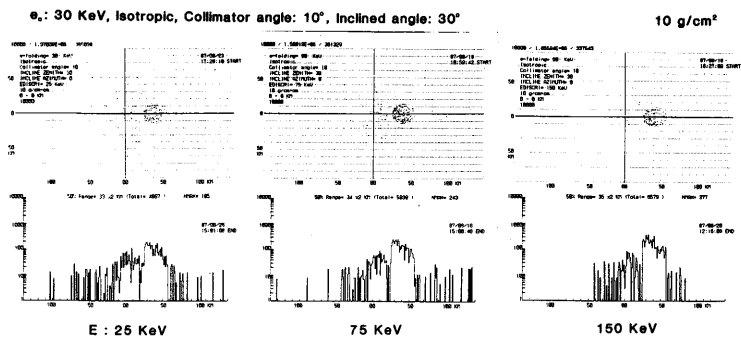


図6 $e_0=30\text{KeV}$ の指数関数型スペクトルの光子を天頂方向に等方入射させたとき、斜方向検出器で見た点源の広がり。大気の深さ10 g/cm²、視野角10°の場合における傾き天頂角、光子エネルギーによる依存性。

いほど弱くなる。

- ④ゴースト像は視野角を絞ると急激に薄れる。例えば、 $E_c = 100\text{KeV}$ 、コリメータ傾斜角 $=30^\circ$ 、深さ $=10\text{ g/cm}^2$ の場合、半視野角を 10° から 7.5° に絞るだけでゴースト強度は半分以下になる。
- ⑤ゴースト像は発生光子スペクトルの傾斜にはあまり依存しない。

III. ベキ関数型スペクトル源

指数-1と-2の場合について計算した。表1および図6に見るように、指数関数型スペクトルの場合と比べて大差はない。ただ、スペクトルの性質として高エネルギー分の比重が大きいだけに若干ボケ方は大きくなる。

4. 考 察

先ず、点源つまり光子を一点に単一方向から入射させることによって、焦点ボケの光子エネルギー、入射角、大気の深さそれぞれに対する依存性の基本的性質を知ることができる。定性的には両者は互いに比例関係にあるが、定量的には、 30° 以内の天頂角ならば r 値で3kmを超えることはなく実際には殆ど考慮する必要はない。等方入射の場合は全方向についての積分となるからそれだけボケ方も積算され r は10kmを超えることになる。ただし、以上は全方向型検出器で観測した場合である。

実際の撮像に当たってはこのような全方向型よりは、ある程度視野を絞ったコリメータ付指向型検出器が使

用されることが多い。当然、視野を絞るほど視野外からの散乱光子の寄与は減るからボケ方も小さくなる。しかし大気の深さが 14 g/cm^2 まで深くなるとコリメーションの効果がやや薄れてくる。これは、大気の浅いところでは散乱光子が再び視野角内に入ることは少ないが、深くなるとその可能性が大きくなることを意味する。

指向性型検出器に現れたゴースト像は当初予想されていなかった。しかし我々が夜間前方を見ていても後方からの光を全く感じないわけではないことを考えれば、X線の場合でも当然あり得ることである。ゴーストは検出器視野外からのX線の寄与であるから、広い意味ではボケの一種とみなしてよい。この現象を真像の光子数に対するゴースト像の光子数の比で定量的に検討してみよう。

表2は指数関数型スペクトル($e_0=30\text{keV}$)、等方入射、コリメータの半角 10° 、深さ 10 g/cm^2 の場合におけるこの比の値である。ゴースト像の統計が良くないのでこの値の誤差は大きいがおおよその傾向は分る。

ゴースト像はコリメータ軸の天頂角の増加とともに強くなり、検出下限エネルギーの増加とともに弱くなる。また、計算例はまだ少ないが、大気の深さ、コリメータ角の増大とともに強くなる。以上の結果から、X線撮像には少なくとも 10° 以下のコリメータ半角、50 KeV以上の検出下限エネルギーが望ましい。しかし実際にはX線強度との兼ね合いで決めるべきものでそれほど単純ではない。ゴースト像と真像との分離には2つの方法が考えられる。1つは両者のスペクトル差を利用する方法で、前者のそれはコリメータ軸が傾くほどsoftになるのに対し後者のそれはhardになる。他は鉛

大気の深さ	コリメータ軸の天頂角		
	15°	20°	30°
10 g/cm^2	0.15(15)	0.13(100)	0.38(25)
	0.12(50)		0.29(50)
	0.11(75)		0.29(75)
	0.12(100)		0.25(100)

表2. 指数関数型スペクトル ($e_0=30\text{KeV}$) の光子が等方入射のとき現れるゴースト像の最大計数と真像最大計数との比、括弧値は検出器の下限エネルギー (KeV)。

直検出器によるX線強度から斜め検出器のゴースト強度を推定して補正する方法である。いずれにしてもゴースト像を最小限に押える実験上の工夫が必要であろう。

本報告では図形表示によって焦点ボケの一般的性質を明らかにすることに重点を置いた。今後の問題としては次の諸点が考えられる。

1. コリメータ半角 10° 以下の場合におけるゴースト像の変化を調べる。
2. 点源でなくある広がりを持った発生源—検出器視野角より大きい小さいかとくに非均一な強度分布—についての計算を行う。
3. 計算過程で、光子入射角ごとに異なる検出器の有効面積を考慮して光子1個1個にそれぞれに応じた重みをつける。

文 献

- 1) Mauk, B.H., Chin, J. and Parks, G. (1981): Auroral X-ray images, J. Geophys. Res., 86, 6827-6835.
- 2) Yamagami, T., Fujii, M., Nishimura, J., Murakami, H., Hirasima, Y., Kajiwara, M., Okudaira, K., and Kodama, M. (1978): Balloon observation of auroral X-rays in Canada I, Determination of auroral X-ray illuminating regions, J., Geomag. Geoelectr., 30, 663-682.
- 3) Mizera, P., F., Gorney, D.J. and Roeder, J.L. (1984): Auroral X-ray images from DMSP-F6, Geophys. Res. Letter, 11, 255-258.
- 4) Imhof, W.L., Datlowe, H.D. and Mobilia, J. (1985): Bremsstrahlung X-ray images of isolated electron patches at high latitudes, J. Geophys. Res., 90, 6515-6524.
- 5) 小玉正弘、小倉紘一(1985): モンテカルロ法によるオーロラX線の大气中における拡散シミュレーション、山梨医大紀要、2, 57-67.
- 6) Minzner, R.A., Champion, K.S.M. and Pond, H.L. (1959): The ARDC model atmosphere, 1959, Airforce Surveys in Geophysics, 115.
- 7) Davisson, C.M. (1966): Gamma-ray attenuation coefficients. Beta-, Gamma-ray spectroscopy, 1.ed. by K. Siegbahn, Amsterdam, North-Holland,

827-843.

- 8) Fessler, T.E. and Wohl, W.L. (1961): Monte Carlo studies of gamma-ray and neutron transport in infinite homogeneous media, NASA TN D-850.
- 9) Cashwell, E.D. and Everett, C.J. (1959): A practical manual on the Monte Carlo method for random walk problems, London, Pergamon Press, 94-100.

補 遺 : モンテカルロ計算

計算のフローチャートを図7に示す。ここでは高度100kmで発生したオーロラX線について、個々の光子の一生を0~1の一様乱数Rを用いて確率論的に決めていく。計算過程では種々の仮定や近似式を用いた。以下にそれを記す。ただし、光子のエネルギーEは電子の静止エネルギーを単位にして表した。

1) X線が通過する大気の状態

ア. 平行平面大気を仮定し、地表高度hの高さで大気の深さdを 0 g/cm^2 とする。

イ. hとdの関係は1959年標準大気⁶⁾に合うように次の近似式で与えた。

$$\left. \begin{aligned} h &= 7.9 \ln(480/d) + 0.068d & 0.1 < d < 50 \\ h &= 5.65(9.56 - \ln d) & d < 0.1 \end{aligned} \right\} (1)$$

ウ. 大気組成は高度によらず一様で、重量比で75.5% N, 23.2% O, 1.3% Arとする。

2) 透過距離の決定

大気中でのX線の透過距離を求めるにはX線の空気に対する衝突確率を知る必要がある。X線と大気原子・分子との相互作用のうち、オーロラX線のエネルギー領域では電子対生成は無視できる。従って、ここでは a) 光電効果、b) Compton散乱、c) Rayleigh散乱の3つの衝突過程のみ考えればよい。光電子やCompton電子により制動放射X線が二次的に発生するが、その放射確率は小さくかつエネルギーも低いので無視できる。

エネルギーEの光子に対する質量減衰係数 $\mu \text{ (cm}^2/\text{g)}$ は、a)~c)の相互作用に対してそれぞれ μ_P 、 μ_C 、 μ_R として

$$\begin{aligned} \mu_P &= 1.151 \times 10^{-5} E^{-3.294} \\ \mu_C &= 0.09855(0.2414 + E + 0.564E^2)^{-1/2} \end{aligned}$$

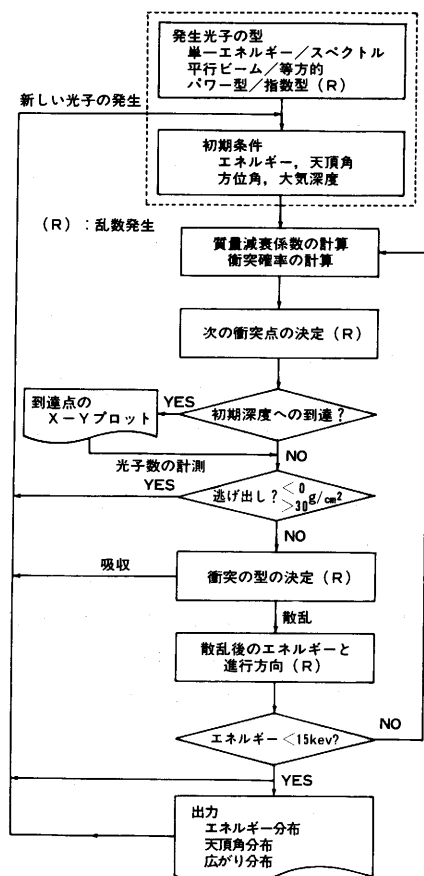


図7 モンテカルロ計算のロジカルフローチャート。

$$\mu_R = 1.8 \times 10^{-4} E^{-1.81}$$

で与えられる。これらの近似式はN、O、Arに対する衝突断面積⁷⁾から前述の大気組成を考慮して計算した μ の値に合せたもので、300KeV以下のX線に対して十分に良い近似を与える。 μ_C を表す式は γ 線のエネルギー領域で開発されたものであるが、ここでは200KeVで規格化しなおした。

全質量減衰係数 μ_T は

$$\mu_T = \mu_P + \mu_C + \mu_R$$

となるから、光子が大気中でa)~c)のいずれかの相互作用を引き起こすまでに走る距離X(g/cm²)は

$$X = -(\ln R / \mu_T)$$

である。垂直透過距離dはXから容易に求められるから、(1)式を用いて光子が衝突した高度hが決定できる。次に再び乱数を発生させ、 μ_T 、 μ_P 、 μ_C 、 μ_R を用いて事象発生確率の大小関係を調べて相互作用の型を決定する。

3) 光子の散乱角とエネルギーの決定

衝突の型が散乱である場合には、散乱角 η および散乱後の光子のエネルギー E' を求める。光子が0~ η の間に散乱される確率 $P(\eta)$ は

$$P(\eta) = \frac{2\pi \int_0^\eta \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin \eta d\eta}{\sigma}$$

で表される。ただし、 $d\sigma/d\Omega$ 、 σ はそれぞれ散乱の微分断面積および全断面積である。いま、

$$P(\eta) = R \quad (2)$$

と置くことにより乱数Rを用いて η を求めることができる。

散乱がcoherentな場合は(Rayleigh散乱) r_0 を古典電子半径として

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 (1 + \cos^2 \eta)$$

であるから、 η は

$$\eta = \cos^{-1} (\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta}) \quad (3)$$

$$\alpha = [-(8R-4) + \sqrt{(8R-4)^2 + 4}]/2$$

$$\beta = [-(8R-4) - \sqrt{(8R-4)^2 + 4}]/2$$

と決定される。

一方、Compton散乱の場合には散乱後の光子のエネルギー E' と散乱角 η の間で

$$\cos \eta = 1 + 1/E + 1/E'$$

が成立し、 E' もしくは η のいずれか一方が決まれば他方は簡単に求まる。しかし、Compton散乱の微分断面積はいわゆるKlein-Nishinaの式と呼ばれるもので、これから(2)式を用いて η を解析的に求めることは困難である。そこで我々の計算では、入射光子のエネルギーを低エネルギー域と高エネルギー域にわけて、前者では η を後者では E' を近似的に求めた。

A) 低エネルギー域(10-100KeV)

このエネルギー領域では、散乱の微分断面積はcoherent散乱のそれに近くなる。そこで(3)式を基本にして乱数Rでエネルギー依存性を付加していくことにより、

$$\eta = \cos^{-1} (\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta}) - R(1-R) (220E+5.0)$$

の近似式を得た。近似による誤差は50KeV程度の光子に対して最大となるが、 η で0.5、 E' でみると0.01 KeVにしかない。

B) 高エネルギー域(100-300KeV)

光子のエネルギーが大きくなるとA)のように η を求めることができなくなるが、数MeVの光子に対しては

$$E' = E[1 + SR + (2E - S)R^3]^{-1}$$

$$S = E(1 + 0.5625E)^{-1}$$

の近似式で E' が決定できる。しかしここで問題としているエネルギー域の光子では、後方散乱の確率が増えてくるため上式の近似が悪くなってくる。このことを考慮して上式を R 、 E を用いて補正した結果

$$E' = E[1 + SR + (2E - S)R^3]^{-1} + (0.0043 - 0.17E)R^2(1 - R^2)$$

$$S = E(1 + 0.5E)^{-1}$$

の近似式を得た。この式を使えば、最も近似が悪くなる150KeVの電子に対して、 E' が0.2KeVしたがって η が 0.8° の精度で決定できる。

散乱の方位角 Ψ は光子の入射方向に対して軸対称であるので、Rayleigh散乱、Compton散乱いずれの場合でも新しい乱数を引くことにより

$$\Psi = 2\pi R$$

で与えられる。

4) 散乱光子の新しい進行方向

天頂角 θ 、方位角 ψ で走ってきた光子がP点(図8)で衝突し、散乱後の光子は新しく天頂角 θ' 、方位角 ψ' の方向に進むものとする。新方向 (θ', ψ') は θ 、 ψ および散乱角 η 、 Ψ から球面三角法を用いて次のように求めることができる。

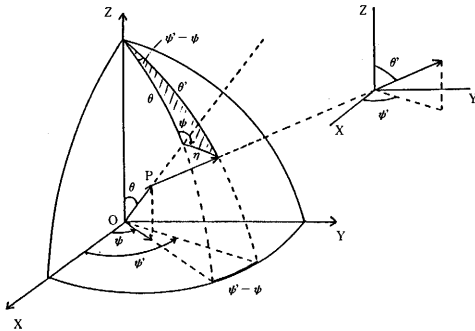


図8 球面三角座標系。

図8の斜線をつけた球面三角形については余弦公式により

$$\cos \theta' = \cos \theta \cos \eta + \sin \theta \sin \eta \cos \Psi$$

$$\cos(\psi - \psi') = \frac{\cos \eta - \cos \theta \cos \theta'}{\sin \theta \sin \theta'}$$

の二式が得られる。また、正弦公式から

$$\sin(\psi - \psi') = \frac{\sin \Psi \sin \eta}{\sin \theta'}$$

となる。従って

$$\sin \psi' = \sin \psi \frac{\cos \eta - \cos \theta \cos \theta'}{\sin \theta \sin \theta'} + \cos \psi \frac{\sin \Psi \sin \eta}{\sin \theta'}$$

となり、(4)、(5)式より散乱後の光子の進行方向 (θ', ψ') が決定される。

以上のようにして、光子の大気中での透過・散乱の様子がシミュレートされていくが、光子が光電吸収されるか、大気外に逃げ出すか、大気深く透過してしまうか(ここでは 30 g/cm^2)、あるいはあるエネルギー(ここでは15KeV)以下になるかのいずれかの場合に光子の一生が終り次の新しい光子が発生する。

実際の計算上で注意を要するのは乱数の取り扱いについてである。初期条件、衝突確率、散乱確率などに使用する乱数の頻度は、1光子の一生の間にしばしば数10回を超える。従って発生回数有限のパソコン(ここでの使用機種では $262,144 = 2^{18}$ 回まで)では、同じ計算の繰返しにならないよう乱数の種を適宜変更していく必要がある。(FM16β機種では100万回でも同じ乱数は発生しない)。また50種類の種に対して乱数ゼロが1回発生するので注意を要する。

Abstract**Out-of-focus of auroral X-ray images at balloon altitudes**Masahiro KODAMA^{*} and Koichi OGURA^{**}

Diffusion characteristics of auroral X-rays in the atmosphere have been investigated by means of a Monte Carlo simulation to estimate how much degree of out-of-focus is introduced into auroral X-ray images at balloon altitudes. The simulation calculations were carried out for the four different spectral functions of photon sources: a) mono-energy parallel beam, b) mono-energy, isotropic, c) exponential and d) power-law energy spectra, isotropic. The calculation results are summarized as follows. 1) In case of the omni-directinal detector, an isotropically incident beam enlarges into the width of 10–13 km at 10g/cm² depth, regardless of the spectral function. 2) The detectors with a half collimator angle of 30° and 10° reduce it into 8–9 km and 3–4 km, respectively. 3) It appears a kind of ghost image with increasing inclined angle of the collimated detector, amounting to the same order of brightness with the genuine image. The out-of-foci of some circular source images are illustrated as a function of atmospheric depth, spectral function and collimation and inclined angles of the detector.

* Department of Physics

** Physical Science Laboratories, College of Industrial Technology, Nihon University